

Performance evaluation of a beam profile monitor using Fresnel Zone Plates

Toshiya MUTO^{*A)}, Hitoshi HAYANO^{A)}, Norio NAKAMURA^{B)}, Hiroshi SAKAI^{B)},

A) KEK : High Energy Accelerator Research Organization, 1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki 305-0801

B) ISSP : The Institute for Solid State Physics, University of Tokyo, 5-1-5 Kashiwanoha, Kashiwa, Chiba 277-8581

Abstract

We have developed a high resolution beam profile monitor using two Fresnel Zone Plates(FZPs). To evaluate the resolution of this monitor, we computed “Fresnel-Kirchhoff diffraction integral” to the detector position from the source point using Monte Carlo methods. From this calculation, the spatial resolution of this monitor is less than $1\mu\text{m}$. We also computed the effect of the inclined first FZP. And we compared with experimental result of the FZP inclination effect.

フレネルゾーンプレートを用いたビームプロファイルモニタの性能評価

1. はじめに

我々のグループはKEK-ATFダンピングリングが生成する極低エミッタンスビームを用いて二枚のフレネルゾーンプレート（以下FZP）を用いたビームプロファイルモニタの開発を行ってきた^{[1][2][3]}。

FZPモニタの分解能はFraunhofer近似を用いて求められるFZPの分解能として求めてきた。しかしながら我々のモニタのようにゾーンプレートを用いた系においてこのような近似を使い、FZPを理想レンズとして扱うことが適当であるかあまり考察されていない。また、実際には一電子である場合でも放射光の光源は電子ビームの軌道に沿って存在するので点光源ではない。そこで今回、Fresnel-Kirchhoffの回折積分をモンテカルロ法を用いて直接計算すると共に電子ビームの軌道を考えた放射光源を考えた場合のFZPモニタの分解能を求める。また、ゾーンプレートの光軸に対する角度のミスアライメントによるビームサイズへの効果を考察する。

2. FRESNEL-KIRCHHOFFの回折積分

ある開口からの回折を考える。光源点 $P(x, y, z)$ から放出された光は距離 R 離れた開口を通り、さらに距離 R' 離れた観測点 P' に到達する。観測点 $P'(x', y', z')$ での複素振幅 $Y(P')$ は開口上の点 $Q(\xi, \eta, 0)$ とすると点 Q を通る光の集合として“Fresnel-Kirchhoff”の回折積分により

$$Y(P') = -\frac{ikA}{4\pi} \iint \frac{\exp[ik(S+S')]}{SS'} (\cos\alpha - \cos\beta) \times d\xi d\eta \quad (1)$$

と与えられる^[4]。ここで k は波数、 A は光の振幅、 α, β は開口への入射角及び出射角、 S, S' はそれぞれ距離 PQ, QP' である。実際の計算では R, R' に比べて x, y, x', y', ξ, η は小さいので $S = \sqrt{R^2 + (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ を x, y, ξ, η で展開してこれらの四次の項までを計算に考慮した。

一方、放射光の強度分布は

$$\vec{E}_{SR} = \frac{iew}{4\pi\epsilon_0 cR} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{n} \times \left[\vec{n} \times \vec{\beta} \right] \right]_r e^{-i\omega(t_r + \frac{R}{c})} dt_r \quad (2)$$

と表される^[5]。放射光の σ, π の両モードについては非干渉であるから数値計算ではそれぞれ独立に評価する。また、電子ビームのパンチ長 $\sigma_z \simeq 30\text{ps} = 9\text{mm}$ 、測定波長 $\lambda = 0.383\text{nm}$ であるから異なる電子間での干渉は考えなくていいので計算はすべて一電子の場合について行った。

図1及び表1にFZPモニタの構成とパラメータを示す。FZPモニタはMZPを光軸方向に位置を変えることができ、測定器上で焦点を結ぶ様に調節することができる。

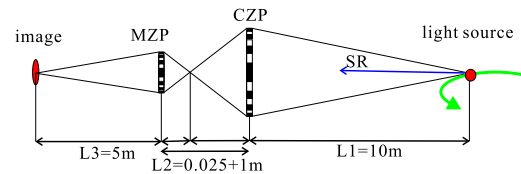


図1: FZP モニタの構成

波長 λ	0.383nm
CZP の焦点距離 f_C	0.909m
CZP のゾーン数 N_C	6444
MZP の焦点距離 f_M	0.0249m
MZP のゾーン数 N_M	146
光源と CZP の距離 $L1$	10m
CZP と MZP の距離 $L2$	1.025m
MZP と測定器の距離 $L3$	5m
電子ビームのエネルギー E_e	1.28GeV
偏向電磁石の曲率半径 ρ	5.73m

表1: 計算パラメータ

* E-mail: tmuto@post.kek.jp

3. 分解能

一般的にゾーン数 N が十分大きい場合、Fraunhofer 近似から得られる FZP の収束面での強度分布 I_{ZP} は焦点での理想レンズの分布である Airy パターンに近づく。

ゾーン数 N が十分に大きい場合、回折分布は $I_{ZP}(v_1, N) = I_0 \left[2J_1(\sqrt{N}v_1)/\sqrt{N}v_1 \right]$ で表される。ここで J_1 は一次のベッセル関数、 $v_1 = kr_1 \frac{r'}{R}$ 、 r_1 は一番目のゾーン半径、 $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ である。一般に FZP の分解能 δ は焦点面での強度分布の最内暗環の半径で与えられる。最内暗環の半径とはベッセル関数 J_1 の最初の 0 点であり、分解能 $\delta = 1.220\pi \frac{\lambda f}{2\pi r_N} = 1.220\Delta r_N$ 表される。したがって、ゾーンプレートの最外殻のゾーン幅 Δr_N で決る。また、回折光の内 84% が半径 δ に入っている。我々のモニタでは分解能 δ は CZP の分解能 δ_C によって決っており、上記の議論から $\delta = \delta_C/M_C = 1.220 \times \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f\lambda}{N_C}}/M_C = 1.7\mu\text{m}$ であるとしてきた。ここで M_C は CZP の拡大率 ($= \frac{1}{10}$) を表す。実際にはビームサイズは強度分布を Gaussian fit することによって評価するので FZP モニタの測定限界は最内暗環の半径が Gaussian の 3σ 程度であると考えられるので $< 1\mu\text{m}$ に達すると考えられる。

図 2 はモニタ系が focus するような FZP の配置になっている場合、図 3 では僅かだけ MZP の位置を変えた場合の測定器上での強度分布の計算結果を示す。

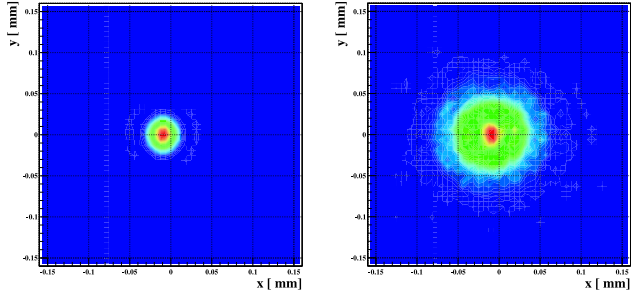


図 2: CCD 上でのビーム像 ($L2=1024.884\text{mm}$)

図 3: CCD 上でのビーム像 ($L2=1024.684\text{mm}$)

実際の測定と同じように MZP を光軸方向に移動させて、ビーム像の焦点を求めた。ビームサイズは計算された分布を各軸に全射影した分布を Gaussian で fit して求めた。図 4 に計算結果を示す。

測定器上で収束している条件におけるプロファイルを図 5, 6 に示す。プロファイルから Airy パターンのような環状の構造が見られる。

図 4 から光学系は $L2 = 1024.919\text{mm}$ の時、結像し、ビーム像は $\sigma_{image,x} = 10.43\mu\text{m}$ (horizontal), $\sigma_{image,y} = 11.8\mu\text{m}$ (vertical) でビームサイズになおすとモニタ全体の拡大率 $M = 20.0$ であるから $\sigma_{e,x} = 0.52\mu\text{m}$, $\sigma_{e,y} = 0.59\mu\text{m}$ となる。この水平方向と垂直方向の差は入射光源に放射光を用いたことにより生じる。放射光の垂直方向の発散角 σ_{SR} は波長 $\lambda = 0.383\text{nm}$ では 126mrad になり光源から 10m

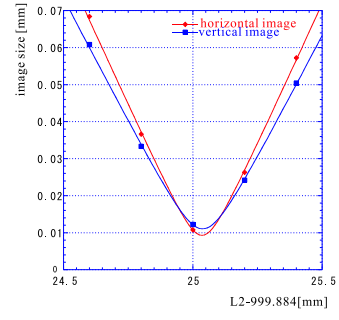


図 4: 焦点 search。横軸:MZP の位置、縦軸:イメージサイズ

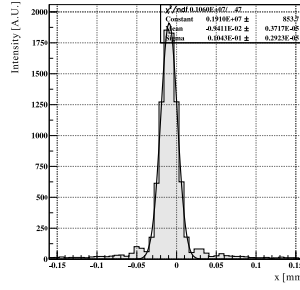


図 5: 水平方向ビームプロファイル

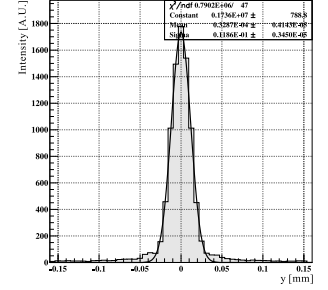


図 6: 垂直方向ビームプロファイル

下流にある CZP 上では 1.26mm になる。CZP の半径は 1.5mm であるので垂直方向の分解能は単純に FZP で決っておらず発散角の影響を受ける。一方、水平方向には放射光は一樣の分布をもっているためこの影響はない。したがって水平方向に比べて垂直方向の分解能は僅かに悪くなる。また、水平方向にビームシフトしているのは電子ビームの軌道の影響によるものであると考えられる。この計算から FZP モニタの分解能は $\delta \sim 0.5\mu\text{m}$ と求まり、サブミクロンのビームまでの測定が可能ながわかる。

4. 角度ミスアライメントの効果

次に FZP が光軸に対して角度 $\theta (< 1)$ をもっている場合についての軸外収差についてかんがえる。平行光線入射の場合、光軸上を通る光線と中心からずれた位置を通る光線の焦点までの光路差 Δ は

$$\begin{aligned} \Delta &= r_N \sin \theta + f \sqrt{1 + \left(\tan \theta - \frac{r_N}{f} \right)^2} - f \sqrt{1 + \tan^2 \theta} \\ &= \frac{N\lambda}{2} - \frac{N^2\lambda^2}{8f} + \frac{N\lambda\sqrt{N\lambda f}}{2f} \theta - \frac{3N\lambda}{4} \theta^2 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

ここで N 番目のゾーンの半径 $r_N = \sqrt{N\lambda f}$ であり、 $\frac{r_N}{f} \ll 1$ を仮定している。式の第二項までは球面収差を表し第三項はコマ収差、第四項は非点収差と像面湾曲を表している。表 1 にあげた CZP、MZP のパラメータを考慮すると式 3 における傾けたときの収

差の効果は殆どゾーン数 N に比例していることがわかるので MZP に比べて CZP の方が明らかに大きくなることが予想される。

以上の議論から CZP を傾けた場合 ($\theta_y = 0, 5, 10, 15, 20\text{mrad}$) についての評価を行った。

図 7,8 に角度 $\theta_y = 15, 20\text{mrad}$ の場合における焦点 search の計算結果を示す。

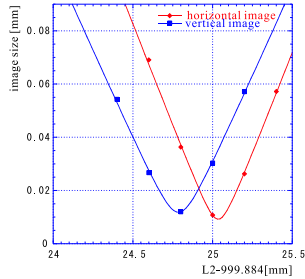


図 7: $\theta = 15\text{mrad}$ における焦点 search

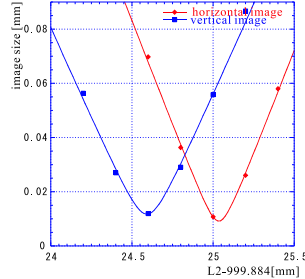


図 8: $\theta = 20\text{mrad}$ における焦点 search

図 7,8 から分るように FZP を傾けることによって焦点が水平垂直で変化していることが見られる。これはゾーンプレートを傾けることによって光は実際のゾーン半径 r_N とは異なるゾーン半径 $r'_N = r_N \cos \theta = \sqrt{N\lambda f} \cos \theta = \sqrt{N\lambda f \cos^2 \theta}$ を感じることであり、FZP の焦点距離が $f \rightarrow f' = f \cos^2 \theta$ になってしまう効果によるものと理解することができる。 $\theta \ll 1$ であるならば $f' = f(1 - \frac{\theta^2}{2})$ となり、焦点距離は二次関数的に変化する。また、水平垂直方向がそれぞれ焦点を結ぶ距離でのイメージサイズは $\theta = 15\text{mrad}$ の場合、電子ビーム換算で $\sigma_x = 0.52\mu\text{m}$, $\sigma_y = 0.60\mu\text{m}$ と傾きがないときに比べて殆ど変化はなく収差の影響はないと考えられる。

図 9,10 に CZP の傾きの影響をまとめる。図 10 から分るように FZP モニタの分解能 $\delta < 1\mu\text{m}$ を達成することを目指したとしても数度程度の傾きのミスアライメントまで許容できることがわかった。但し、x,y の焦点が変わるため x,y を同時に測定する場合は 1 度以下程度に設置誤差を抑えなければならないがこの精度を達することは比較的難しい。

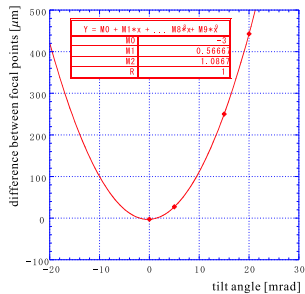


図 9: ゾーンプレートの傾きに対する焦点距離の差の変化 (計算値)

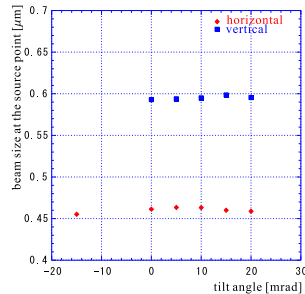


図 10: ゾーンプレートの傾きに対する分解能の変化 (計算値)

CZP の傾きの効果を観測するため実際に CZP に垂直方向の傾きをあたえて焦点距離の差の変化を測定

した。測定結果を図 11 に示す。測定から計算で得られたように焦点距離の差の変化がみてとれる。測定

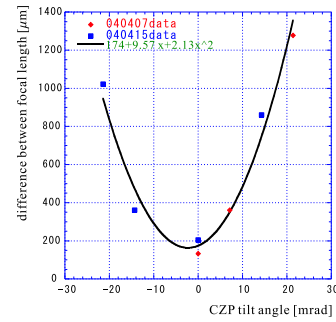


図 11: ゾーンプレートの傾きに対する焦点距離の差の変化 (実験値)。実線は二次関数での fit を示す

結果から収束距離の差が 0 になるような点は見付からなかった。これは水平方向の角度ミスアライメントや MZP のミスアライメントが存在していることを示していると思われる。

5. まとめ

二枚の FZP を用いたビームプロファイルモニタを Fresnel-Kirchhoff の回折積分をモンテカルロ法を使って解くことによって数値的に評価した。計算結果から光源として放射光を用いても FZP モニタの分解能はサブミクロンレベルに達しており、KEK-ATF の様な極低エミッタンスビームのプロファイル測定に対して十分な性能をもっていることが確認できた。

また、FZP の傾きによる収差の効果を見積った。計算から数度程度傾きがあっても分解能 $1\mu\text{m}$ を達成していることがわかった。この時、水平方向と垂直方向に対して焦点距離の変化があることが求まり、この効果を実験によっても確認した。今後もこれらの計算を引きつづき行っていく、収差や FZP の設置精度の影響を含めて計算の高度化を行っていきたいと考えている。

参考文献

- [1] K.Iida, et. al., NIM A506(2003)41-49
- [2] N.Nakamura, et. al., Proc. of EPAC04, Lucerne, 2004, p2353
- [3] H. Sakai, et. al., “ゾーンプレートを用了高分解能ビームプロファイルモニタの開発の現状”, in these proceedings.
- [4] Alan G. Michette “OPTICAL SYSTEMS FOR SOFT X RAYS”, Cambridge At The University Press(1958)
- [5] H. Wiedemann “Particle Accelerator Physics II”, Springer-Verlag(1995)