

大強度イオン線形加速器の基本設計用多粒子シミュレーションモデルの構築

CONSTRUCTION OF A MULTI-PARTICLE SIMULATION MODEL FOR THE BASIC DESIGNS OF HIGH-INTENSITY LINEAR ION ACCELERATORS

小島邦洸^{*A)}, 岡本宏己^{A)}, 守屋克洋^{B)}

Kunihiro Kojima^{* A)}, Hiromi Okamoto^{A)}, Katsushi Moriya^{B)}

^{A)} AdSE, Hiroshima Univ.

^{B)} JAEA/J-PARC

Abstract

The structure of any hadron linac is not strictly periodic due to the increase in beam's kinetic energy. The betatron and synchrotron phase advances per unit focusing structure are not necessarily constant but rather change gradually as the beam energy increases. The machine operating point may then cross low-order resonance stop bands, which leads to emittance growth and possible beam loss. In order to conduct systematic studies on such resonance-related problems in the presence of strong space-charge interaction, we developed a simulation model assuming the most typical drift-tube linac (DTL) structure. The present results based on the design parameters of the J-PARC DTL indicate the existence of some space-charge-driven resonance stop bands. It is confirmed that the "equipartitioned" linac design is advantageous as it considerably weakens the effect from synchrotron resonance crossing. We, however, point out that the equipartitioned design is not indispensable; the resonance-induced emittance growth can be made almost negligible even without the equipartitioning, provided that the operating point is properly chosen.

1. はじめに

空間電荷効果がビームの安定性に及ぼす影響の理解は大強度イオンビームの運転において非常に重要である。一般に加速器は加速空洞や四重極磁石から成る周期的な構造を持ち、その中を伝搬するビームは周期的な外力に晒される。この外力の周期性とベータatron振動及びシンクロtron振動の単位収束構造当たりの位相進み（以下では“チューン”と称する）が所定の関係を満たすとき、ビームは共鳴的に不安定化することが知られている。外力が完全に線形な場合にも自己場の非線形性により様々な共鳴不安定性が発現する [1,2]。

蓄積リングの場合、ビームは同じ軌道を周回し続けるので、周期的な外力に長時間晒されることになる。一方、線形加速器の単位構造は一般にビームの重心運動エネルギーの増加に伴って徐々に伸びるため、外場の周期性は厳密には成り立っていない。加えて、ベータatronチューン及びシンクロtronチューンも加速過程で変化する場合が多い。このため入射時のチューン選択や横方向収束力の強さによっては動作点が共鳴帯を横切る可能性がある。この共鳴横断がビームに及ぼす影響の大小は空間電荷力の支配度、共鳴帯の横断速度等に依存した複雑な問題となることが予想される。

本研究では共鳴横断がビームに及ぼす影響を系統的に評価するため汎用性の高いシミュレーションモデルを構築し、同モデルを Particle-In-Cell (PIC) コード “IMPACT-Z” に実装した [3,4]。以下でモデルの詳細及び試験的な多粒子シミュレーションの結果について報告する。

2. シミュレーションモデル

イオン線形加速器として広く普及しているアルパレ型の Drift Tube Linac (DTL) を念頭に置いて議論を

進める。DTLの単位構造はドリフトチューブ内に設けられた四重極磁石 (QM) 及び加速ギャップが生む電磁ポテンシャルを含む。横方向の単位収束構造は極性の反転した一対の QM で構成される場合 (FODO ラティス) が多く、全体の長さは設計粒子の速度に比例して増大する。また、ビームは加速ギャップを通過する度に縦方向の収束力を受け、このとき横方向には必然的に発散力が働く。

Figure 1 は本研究で想定した DTL の基本構造を模式的に描いたものである。添字 i を付した記号は DTL の入り口から数えた i 番目の単位セル (軸長 L_i 、加速ギャップ長 g_i) における構造定数の値を表している。 i 番目のセルが含む QM の磁極長は ℓ_i 、磁場勾配は G_i である。

以下の計算で仮定した基本パラメータを Table 1 にまとめた。加速勾配は DTL 入り口で 1.6 [MV/m] に設定されているが、Transit Time Factor の増大に伴い下流部では 20% 程度増える。横方向の初期規格化二乗平均 (RMS) エミッタンスは 0.22 π mm-mrad に固定した。これは J-PARC DTL の入射 H^- ビームが持つエミッタンスと同じ値である。

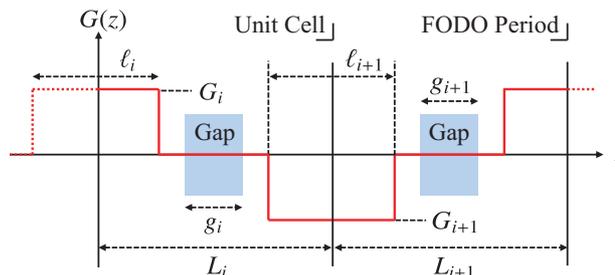


Figure 1: Schematic plot of a unit focusing cell.

* d200187@hiroshima-u.ac.jp

Table 1: Main Simulation Parameters

Ion species	H ⁻
Accelerating gradient	1.6~1.9 [MV/m]
Initial kinetic energy	3 [MeV]
Number of FODO cells	100
Transversal emittance at injection	0.22 [π mm-mrad]
Peak beam current	50 [mA]
RF frequency	324 [MHz]
ℓ_1	40 [mm]
g_i/L_i	0.2

2.1 加速ギャップ

加速ギャップに発生する TM モードの高周波電磁場は以下のように近似できる [5] :

$$\begin{cases} E_z = \sum_{n=0}^{\infty} a_n I_0(k_n r) \cos \frac{2n\pi z}{L} \cos \omega t \\ E_r = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n\pi a_n}{k_n L} I_1(k_n r) \sin \frac{2n\pi z}{L} \cos \omega t \\ B_\theta = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega a_n}{k_n c^2} I_1(k_n r) \cos \frac{2n\pi z}{L} \sin \omega t \end{cases} \quad (1)$$

i 番目のセルでは $L = L_i$ 、 I_n は n 次の変形ベッセル関数、 c は真空中の光速、 ω は RF の角周波数を表す。 z 軸について回転対称な場が想定されており、その他の成分 E_θ 、 B_r 、 B_z はすべて 0 となる。また、

$$k_n^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left[\left(\frac{n\lambda}{L} \right)^2 - 1 \right]$$

である。フーリエ係数 a_n を定めるには適切な境界条件が必要だが、本モデルではドリフトチューブ開口部の淵 $r = r_0$ に沿って加速電場が一定、つまり

$$E_z(r = r_0, z)|_{t=0} = E_g L/g \quad (2)$$

を課した。ここで E_g は定数、 i 番目のセルにおいて $g = g_i$ である。このとき

$$a_0 = \frac{E_g}{I_0(k_0 r_0)}, \quad a_n = \frac{2E_g}{I_0(k_n r_0)} \cdot \frac{\sin(n\pi g/L)}{n\pi g/L} \quad (3)$$

を得る。また同ギャップにおける Transit Time Factor は $a_1/2E_g$ で与えられる。

2.2 四重極磁石

QM の ℓ_i と G_i については様々な設定が考えられる。J-PARC DTL では QM の磁極長が段階的に変化しているが、ここでは簡単のため $\ell_i/L_i = \text{const.}$ に従う滑らかな変化を仮定することにした。磁場勾配 G_i の設定については、二通りのパターン (Design-A 及び Design-B) を考えた。

Design-A では縦・横の設計チューンがその比を保ったまま変化 (ビームエネルギーの増大に伴って減衰) する。FODO セル当たりのベータatronチューン

μ_i とシンクロトロンチューン σ_i の概算値 ($\tilde{\mu}_i, \tilde{\sigma}_i$) を素早く算出するため、平滑化近似に基づく以下の評価式を採用した :

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi \tilde{\mu}_i}{L_i} \right)^2 = -\frac{q\omega m^2}{2p_i^3} E_g T \sin(-\psi_s) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{qL_i b_n}{\pi n p_i} \right)^2 \\ \left(\frac{\pi \tilde{\sigma}_i}{L_i} \right)^2 = \frac{q\omega m^2}{p_i^3} E_g T \sin(-\psi_s) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 β_i と γ_i は i 番目のセルが含む QM の中心を設計粒子が通過する瞬間のローレンツ因子、 $p_i = m\beta_i\gamma_i c$ は設計運動量、 ψ_s は加速位相、

$$b_n = \frac{2G_i [1 - (-1)^n]}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi \ell_i}{2L_i}$$

である。尚、Eq. (4) の導出に際し、次の周期境界条件が仮定されている :

- 着目している i 番目のセル構造が無限に続く
- 当該セル中でのローレンツ因子の変化は十分に小さい

$\tilde{\mu}_i$ と $\tilde{\sigma}_i$ の比較から、縦・横の設計チューンの比を概ね維持するには G_i を次式に従って変化させればよいことが分かる。

$$G_i = G_0 / \sqrt{\beta_i^3 \gamma_i} \quad (5)$$

G_0 は定数とする。

Design-B では $\tilde{\mu}_i$ がほぼ一定に保たれるよう、磁場勾配を以下のように設定する :

$$G_i^2 = \frac{\left(\frac{\lambda \beta_i \tilde{\mu}_0}{\pi} \right)^2 + \frac{q\omega m^2}{2p_i^3} E_g T \sin(-\psi_s)}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{2\lambda \beta_i q [1 - (-1)^n]}{\pi^2 n^2 p_i} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi \ell_i}{2\beta_i \lambda} \right)^2} \quad (6)$$

このとき ($\tilde{\mu}_i$ が徐々に減衰する Design-A と比べ) DTL 全体を通して横方向ビーム径の変化が小さくなるため、より大きなアクセプタンスが期待できる。

2.3 二乗平均ビーム径

DTL 中で加速されるイオンビームの RMS 半径 (X, Y, T) は以下のエンベロップ方程式を満たす [6,7]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 X}{dz^2} + \left(\frac{1}{p_s} \frac{dp_s}{dz} \right) \frac{dX}{dz} + K_x(z) X \\ - \frac{\Gamma u_s \pi \lambda_3}{l^2} M_{311}(X, Y, u_s T) X - \left(\frac{\delta}{p_s} \right)^2 \frac{\epsilon_{\perp}^2}{X^3} = 0 \\ \frac{d^2 Y}{dz^2} + \left(\frac{1}{p_s} \frac{dp_s}{dz} \right) \frac{dY}{dz} + K_y(z) Y \\ - \frac{\Gamma u_s \pi \lambda_3}{l^2} M_{131}(X, Y, u_s T) Y - \left(\frac{\delta}{p_s} \right)^2 \frac{\epsilon_{\perp}^2}{Y^3} = 0 \\ \frac{d^2 T}{dz^2} + 3 \left(\frac{1}{p_s} \frac{dp_s}{dz} \right) \frac{dT}{dz} + K_t(z) T \\ - \frac{\Gamma u_s \pi \lambda_3}{l^2} M_{113}(X, Y, u_s T) T - \left(\frac{\delta}{p_s u_s^2} \right)^2 \frac{\epsilon_{\parallel}^2}{T^3} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

上式において、 β_s と γ_s は設計粒子のローレンツ因子、 $u_s = \gamma_s \beta_s$ 、 $p_s = m \gamma_s \beta_s c$ 、 $\delta = mc$ である。また、平均ビーム電流を I 、真空の誘電率を ϵ_0 と書くと、パービアンスは $\Gamma = qI/2\pi\epsilon_0 p_s \beta_s^2 c^2 \gamma_s^2$ で与えられる。ここでは水平・鉛直方向の RMS ビーム径 (X, Y) を $l = c/\omega$ で規格化している。縦方向の RMS ビーム径 T も規格化値で、設計粒子に対する各粒子の到達時間差の二乗平均 Δt を用いて $T = \omega \Delta t$ と定義した。 $K_w(w = x, y, t)$ は FODO ラティスに対応する関数で、横方向自由度については加速電場による発散効果も含んでいる。 $(\epsilon_{\perp}, \epsilon_{\parallel})$ はそれぞれ横方向と縦方向の規格化 RMS エミッタンスを表す（水平・鉛直方向のエミッタンスがいずれも ϵ_{\perp} に等しいと仮定されている）。 λ_3 はビーム構成粒子の実空間分布形状に依存する定数であるが、概ね $1/5\sqrt{5}$ に近い値をとる。また、

$$M_{i,j,k}(x, y, \tau) = \frac{3}{2} \int_0^{\infty} \frac{ds}{(x^2 + s)^{i/2} (y^2 + s)^{j/2} (\tau^2 + s)^{k/2}}$$

である。

i 番目と $i+1$ 番目の加速ギャップを含む単一 FODO セルでの横方向及び縦方向の実効チューンは、Eq. (7) の擬定常解を次式の右辺へ代入することによって計算できる：

$$\begin{aligned} \mu_i - \Delta\mu_i &= \int_{z_i}^{z_{i+2}} \frac{\epsilon_{\perp}}{\beta_s \gamma_s l^2 X^2} dz, \\ \sigma_i - \Delta\sigma_i &= \int_{z_i}^{z_{i+2}} \frac{\epsilon_{\parallel}}{\beta_s^3 \gamma_s^3 l^2 T^2} dz \end{aligned} \quad (8)$$

z_i は i 番目のセルの始点を表す。ここでは FODO ラティスを考えており、また水平方向と鉛直方向のエミッタンスは等しいので、両方向の実効チューンはほぼ同じ値をとることになる；上記第一式の右辺で X の代わりに Y を用いても、結果はほとんど変わらない。粒子間のクーロン斥力による設計チューン (μ_i, σ_i) の減少分 ($\Delta\mu_i, \Delta\sigma_i$)、すなわち“RMS チューンシフト”はビーム電流 I の低下と共に 0 へ近づく。尚、外力の変化が完全には周期的でないため、それに整合した RMS ビーム径 (X, Y, T) の振動も周期的にはならないことに注意しよう。この点を考慮し、初期ビーム径は RMS ビーム径の振動が滑らかなように決定されている。

ビームが熱平衡状態にある場合、以下の式が成立すると考えられる [8]。

$$\epsilon_{\perp}(\mu_i - \Delta\mu_i) = \epsilon_{\parallel}(\sigma_i - \Delta\sigma_i) \quad (9)$$

この熱平衡条件が常に満たされるよう線形加速器を設計した場合、低次シンクロベータatron差共鳴の影響を強く抑制できることが示されている [9]。先に導入した Design-A では（加速過程で σ_i/μ_i が一定の場合）、加速器の入り口で Eq. (9) が満たされるようにしておけば、チューンシフト分の誤差はあるものの、以後も熱平衡に近い状態を維持することができる。

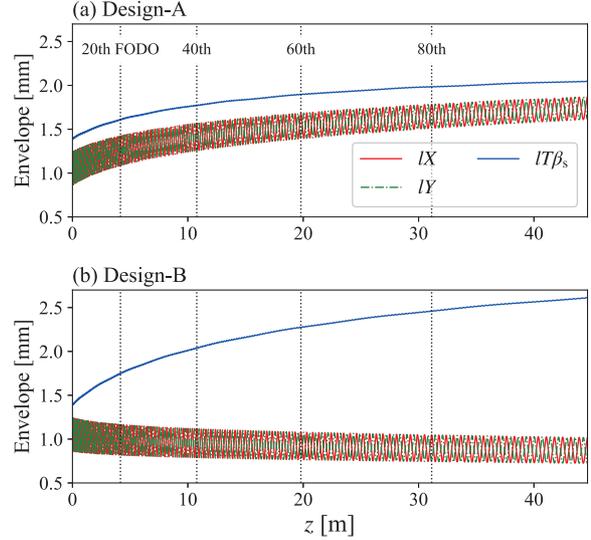


Figure 2: Matched RMS envelopes in (a) Design-A, and (b) Design-B. The phase advances (μ_1, σ_1) at the DTL entrance are set at $(39.8^\circ, 32.4^\circ)$ in both Designs. The longitudinal RMS emittance is adjusted to $\epsilon_{\parallel} = 0.295 \text{ } \mu\text{mm}\cdot\text{mrad}$.

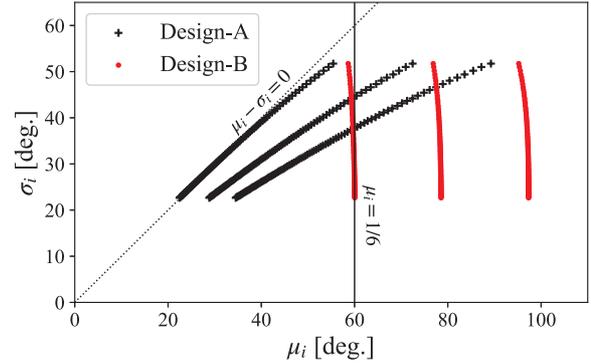


Figure 3: Operating point evolutions in the Design-A and Design-B. Three different sets of the starting tunes (μ_1, σ_1) have been considered for each Design.

2.4 Design-A と Design-B の比較

Design-A と Design-B それぞれの設計指針の下で Eq. (7) を積分した結果を Fig. 2 に示す。Design-A では縦・横両方向の RMS ビーム径が徐々に増大している。これに対し Design-B を採用した場合、期待通り横方向の RMS ビーム径をほぼ一定に保つことができる。

幾つかの異なる初期動作点 (μ_1, σ_1) から出発し、以降の加速に伴う動作点の変化をプロットしたのが Fig. 3 である。Design-A ではエネルギーの増加と共に σ_i/μ_i が保たれたままビーム収束力が弱まるため、動作点はチューンダイアグラム上で原点方向へ

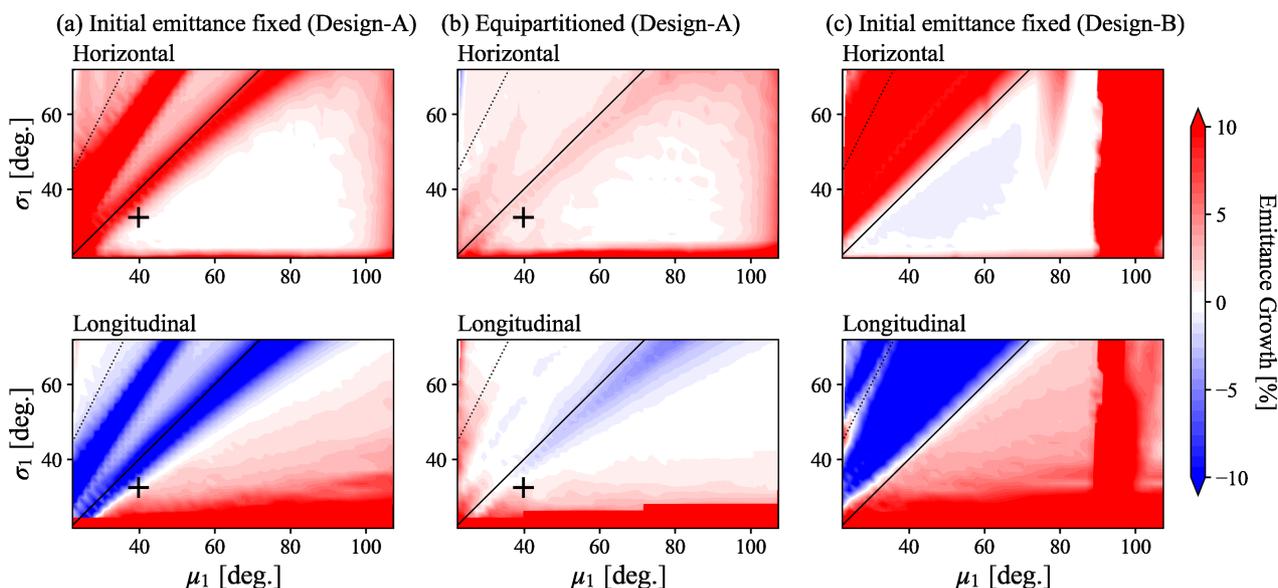


Figure 4: IMPACT-Z simulation results obtained with the waterbag beam. The growth rates of the horizontal and longitudinal normalized emittances evaluated at the exit of the DTL are color-coded in μ_1 - σ_1 plane. In the cases (a) and (c), the initial RMS emittances are adjusted to $\epsilon_{\perp} = 0.22 \pi \text{mm-mrad}$ and $\epsilon_{\parallel} = 0.295 \pi \text{mm-mrad}$ over the whole tune space. In the case (b), the longitudinal emittance at injection is determined under the equipartitioning condition with the transverse emittance fixed at $\epsilon_{\perp} = 0.22 \pi \text{mm-mrad}$. 1421 (49×29) PIC simulations have been performed in all three cases, starting from 1421 (49×29) different combinations of (μ_1, σ_1) . Note that the operating point does not stay at the initial position but moves as shown in Fig. 3.

動く。一方、Design-Bでは想定通り、 μ_i がほぼ維持されている； σ_i は加速に伴って減少するので、動作点はほぼ鉛直下方へ向かって移動することになる。

3. 計算結果

PICコード“IMPACT-Z”を用いた自己無撞着な多粒子シミュレーションを行い、Design-AあるいはDesign-Bを採用した場合のビーム安定性を検討した。Table 1の条件下では空間電荷効果が強く顕在化すると考えられるため、入射ビームの位相空間粒子分布を自己クーロンポテンシャルの影響まで含めてラティスを整合しておかなければならない。二次モーメントのみに着目する旧来の整合手法（二乗平均整合）では全く不十分で、デバイ遮蔽の効果まで取り入れた自己無撞着な整合が必須である；さもないと、本研究の対象となっている共鳴不安定性とは無関係な、初期不整合によるエミッタンス増大が必然的に発生してしまう。この問題を軽減するため、ここではSteven Lundらが開発した二次元擬平衡分布生成法を三次元に一般化して用いる [10]。

Figure 4は初期分布としてwaterbag型を仮定した場合のシミュレーション結果である。横軸と縦軸はそれぞれ第1セル ($i=1$)のチューン値 (μ_1, σ_1)で、 49×29 通りの異なる初期動作点から出発して100個のFODOセルを通過した後のエミッタンス増大率が色分けして表示されている。Figure 3で示したように、加速器出口 ($i=200$)での動作点は初期位置 (μ_1, σ_1)から大きくシフトしていることに注意しよ

う。Figure 4は「ビーム入射時の加速器動作点をどこに置かか依存して、出力時のエミッタンスがどう変化したか」を示している。Figure 4(a)と4(b)はDesign-A、Fig. 4(c)はDesign-Bに基づいたパラメータ設定になっている。(a)と(c)では縦・横両方向の入射時エミッタンスが固定されている一方、(b)では横方向のみ常に初期値を $\epsilon_{\perp} = 0.22 \pi \text{mm-mrad}$ とし、縦方向エミッタンスは 49×29 点全てで熱平衡条件を満足するように決定している。

点線はビーム入射時の設計チューンに基づいてプロットした三次差共鳴線 ($2\mu_1 - \sigma_1 = 0$)、実線は二次もしくは四次の差共鳴線 ($\mu_1 - \sigma_1 = 0$)である。図中の+印はJ-PARC DTLの初期動作点 (μ_1, σ_1) = (39.8°, 32.4°)の位置を示しているが、深刻なエミッタンス増大は起こっていないことが分かる。J-PARC DTLは近似的に熱平衡条件を満たすよう設計されている。Figure 4(b)の場合は勿論、Fig. 4(a)においても入り口での動作点が+印の位置にあれば、Design-Aでは、その後出口まで熱平衡条件がほぼ維持される。実際のDTLではQMの磁極長 l_i が連続的ではなく段階的に変化しているなど、Fig. 4の計算とはパラメータ設定の細部に差があるものの、現在の運転条件は概ね妥当であると結論してよい。

Figure 4(a)では実線と点線に沿うように縦方向と横方向自由度の間でエミッタンス交換が発生している。 $\mu_1 - \sigma_1 = 0$ 付近で発生している共鳴については、これを直接駆動できる外場が存在しないこと

から、共鳴源は空間電荷ポテンシャルであると考えられる。一方、三次差共鳴を駆動しているのは主に加速電場が含む非線形成分であろう。この共鳴帯が $2\mu_1 - \sigma_1 = 0$ から大きくずれているのは空間電荷効果、換言すればチューンシフト ($\Delta\mu_i, \Delta\sigma_i$) の影響である。

線形加速器の入り口から出口まで熱平衡条件が大雑把に満たされている Fig. 4(b) においては、その他のケースで観測される低次差共鳴に起因したエミッタンス増大が縦・横両方向でほぼ消失している。Equation (9) の下で差共鳴が抑制される物理的理由は文献 [9] の中で詳述されている。このように利用可能な初期チューンの範囲が大きく広がるという意味では、熱平衡条件を満たすデザインには実用上のメリットが確かにある。しかしながら、加速器全体にわたって三自由度の実効チューンを制御しなければならず、複雑なパラメータ設定を強いられることになる。Figure 4(a) のデータを見る限り、熱平衡条件が破れていたとしても、十分広い領域でエミッタンス増大を抑えることができている点に注目すべきであろう。要するに、比較的簡易な設計指針を採用したとしても、熱平衡設計と同程度の好ましい結果を得ることが原理的に可能だということである。

Design-B に基づく Fig. 4(c) は、Fig. 4(a) と比べてもビーム不安定領域が相当に拡大している。この設計では μ_i が固定されているため、初期動作点 (μ_1, σ_1) がベータトロニック共鳴帯の内側に位置していた場合、ビームはその共鳴の影響を長時間受け続けることになる。 $\mu_1 > 90^\circ$ の領域で発生している顕著なエミッタンス増大は、よく知られた線形の空間電荷駆動パラメータ共鳴 (エンベロープ不安定性) に依るものである [11, 12]。他方、差共鳴線 $\mu_1 - \sigma_1 = 0$ の上側に横たわっている広い不安定領域は共鳴横断に起因している。ビームエネルギーの増加に伴って動作点がほぼ鉛直下方へ動くため、 $\sigma_1 > \mu_1$ の領域に初期動作点を選ぶと、低次差共鳴帯を必ず横切ることになる。以上のような要因で、Design-B では不安定領域が拡大してしまう。ただし、この比較的単純なパラメータ設定の場合ですら、すべての自由度でエミッタンス増大率が低く抑えられている領域を見出せることが分かる。たとえば、非常に限られた範囲ではあるが、実線の直下ではビーム質の劣化がほとんど起こっていない。

尚、Design-A (Fig. 4(a) 及び 4(b)) でエンベロープ不安定帯がはっきり見えないのは、動作点が原点方向へ素早くシフトして共鳴帯の外へすぐ出てしまうためである。また、Design-A と Design-B の両方で確認できる、 $\sigma_1 < 30^\circ$ の領域での縦方向エミッタンス増大は共鳴不安定性とは別の原因で生じている。Figure 4(a) と 4(c) では、 σ_1 の低下に伴って縦方向自由度のビーム密度が著しく増大する。このとき、本節冒頭で触れた擬平衡分布の生成精度が悪化して不整合が生じ、不可避的にエミッタンス増大が発生してしまう。Figure 4(b) においても、とくに低ベータトロニック領域で同様の初期不整合に起因したエミッタンス増大が起こる。高ベータトロニック領域では、初期不整合と言うよりも、熱平衡条件を課したことによるバンチ長の有意な増加がエミッタンス劣化の主因になっていると考えられる。

4. まとめ

大強度線形イオン加速器において、空間電荷相互作用が無視できない状況下で発生する共鳴的ビーム不安定性の系統的な研究に向けたシミュレーションモデルを構築した。IMPACT-Z コードに同モデルを実装し、典型例として J-PARC DTL の設計パラメータを参考にした試験的な多粒子シミュレーションを行った。

加速構造全体にわたって熱平衡条件 (Eq. (9)) が満たされている場合、いくつかの低次シンクロベータトロニック共鳴の発生を強く抑制できることが確認された。結果として、縦・横両方向の設計チューンの選択肢が有意に広がる。これは理論的な先行研究で得られた結論と矛盾しない [9]。ただし、熱平衡設計が大強度線形イオン加速器にとって必要不可欠なわけではなく、より単純な設計指針に基づいて基本パラメータを設定した場合でも三自由度全てでエミッタンス増大を十分小さく抑えるデザインが理論上可能である。

本研究では例として、設計チューン比 σ_i/μ_i を加速過程を通して維持する Design-A と設計ベータトロニックチューンを σ_i をほぼ固定する Design-B について考察した。いずれのケースにも、運転に適した初期動作点 (μ_1, σ_1) の設定範囲が大なり小なり存在する。言うまでもなく、マシンの設計方針はこれら以外にも多数あり得るので、熱平衡条件に固執することなく、できる限り簡便なパラメータ設定の方向性を柔軟に模索することが望まれる。

参考文献

- [1] I. Hofmann, Physical Review E 57, 4713 (1998).
- [2] H. Okamoto and K. Yokoya, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 482, 51 (2002).
- [3] J. Qiang, R. D. Ryne, S. Habib, and V. Decyk, Journal of Computational Physics 163, 434 (2000).
- [4] J. Qiang, R. Ryne, M. Venturini, A. Zholents, and I. Pogorelov, Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams 12, 100702 (2009).
- [5] H. Okamoto, K. Kojima, and K. Ito, Progress of Theoretical and Experimental Physics 2019, 093G01 (2019).
- [6] F. J. Sacherer, IEEE Transactions on Nuclear Science 18, 1105 (1971).
- [7] R. D. Ryne, arXiv preprint acc-phys/9502001 (1995).
- [8] M. Reiser and P. O'Shea, Theory and design of charged particle beams volume 312 (Wiley Online Library, 1994).
- [9] Y. Yamane, H. Okamoto, and K. Kojima, Physical Review Accelerators and Beams 24, 084201 (2021).
- [10] S. M. Lund, T. Kikuchi, and R. C. Davidson, Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams 12, 114801 (2009).
- [11] I. Hoffman, L. Laslett, L. Smith, and I. Haber, Particle Accelerators 13, 145 (1983).
- [12] J. Struckmeier and M. Reiser, Part. Accel. 14, 227 (1983).