J-PARC MR における三次構造共鳴補正
COMPENSATION OF THIRD-ORDER STRUCTURE RESONANCES IN J-PARC MR

安居孝晃 *、五十嵐進、佐藤洋一、小関忠
Takaaki Yasui*, Susumu Igarashi, Yoichi Sato, Tadashi Koseki
KEK

Abstract

A new method to compensate for the third-order structure resonance was considered. It was demonstrated in the main ring synchrotron of Japan Proton Accelerator Research Complex. The new method is to make a new beam optics whose phase advances in the arc section were adjusted to cancel the resonance. The third-order structure resonance $\nu_x - 2\nu_y = -21$ was compensated with the new optics. It was shown by the aperture survey simulation. Three kinds of experiments were also performed to verify the compensation. First, the transverse couplings were measured. While the dipole oscillation was propagated from the x direction to the y direction with the present optics used in the neutrino user operation, the couplings were not measured with the new optics, showing the successful compensation. Second, the beam losses derived from the resonance $\nu_x - 2\nu_y = -21$ were measured. The beam losses were reduced with the new optics which revealed that the resonance was well weakened. Third, the Fourier spectra caused by the resonance $\nu_x - 2\nu_y = -21$ were measured. The peak heights of the spectra derived from the resonance became smaller with the new optics. It also showed that the resonance was well compensated.

1． はじめに

一般にシンクロトロンでは、共鳴現象がビームエミッタンス増大やビーム損失等を引き起こす。よって安定してビーム損失の少ない運転を行うために、まずは影響の大きい低次の共鳴線を避けたチューンが選ばれ、それでも避けきれない共鳴については補正が試みられる。

共鳴補正については様々な先行研究がある。特に三次の共鳴に絞ってみれば、多くのシンクロトロンにおいて非構造共鳴の補正がなされている。ほとんどの場合において非構造共鳴は、補正用の六極磁場を加えることにより実現している。一方で、構造共鳴の補正についての文献は少ない。例として文献 [1] では、横方向のエミッタンスを $2\varepsilon_x = \varepsilon_y$ と設定することで、三次共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = n$ によるエミッタンス増大が抑えられるとしている。

本プロシーディングスでは、三次構造共鳴を補正する新たな手法を考案し、実証する。本手法では共鳴の強さの位相依存性に注目した。チューン、つまりシンクロトロン 1 周における位相進みは固定にしたままでも、ローカルの位相進みは変更可能で、これを適切に調整したビーム光学系を採用することで三次構造共鳴の補正を実現した [2]。本手法の長所としては、補正用磁石等の追加の機器は不要で、かつエミッタンスを初めとしたビーム条件に制約がないことがある。またシンクロトロンの対称性を利用すれば六極磁場の依存性が相殺されるので、例えば色収差調整も独立に行える。

三次構造共鳴の補正は大強度陽子加速器施設 (J-PARC) の主リング (MR) [3] で行われた。J-PARC MR は大統計量による新物理探索をするニュートリノ・ハドロン実験のために大強度の陽子ビームを供給しているシンクロトロンである。現在までに MR はニュートリノ向けには 515 kW、ハドロン向けには 65 kW の陽子ビームの安定供給を実現しており、2021 年度の長期シャットダウンを経て、それぞれ 1.3 MW、100 kW 運転を目指している [4]。1.3 MW ニュートリノ利用運転のためには、ビーム損失率を減らすことが必要不可欠である。MR では 3 GeV で入射した計 8 バンチのビームを 30 GeV まで加速し出射しているが、ビーム損失は入射してから最初の 300 msec、つまりビームの入射期間から加速序盤の低エネルギー領域に集中している。これは低エネルギー領域では空間電荷力が強く、大きなチューンスプレッド分布が作られ、複数の共鳴の影響を受けている結果だと考えられている。現在のニュートリノ利用運転におけるビーム強度は 3.3×10^{13} protons per bunch (ppb) である。このときのチューンシフトは最大で約 -0.4 で、

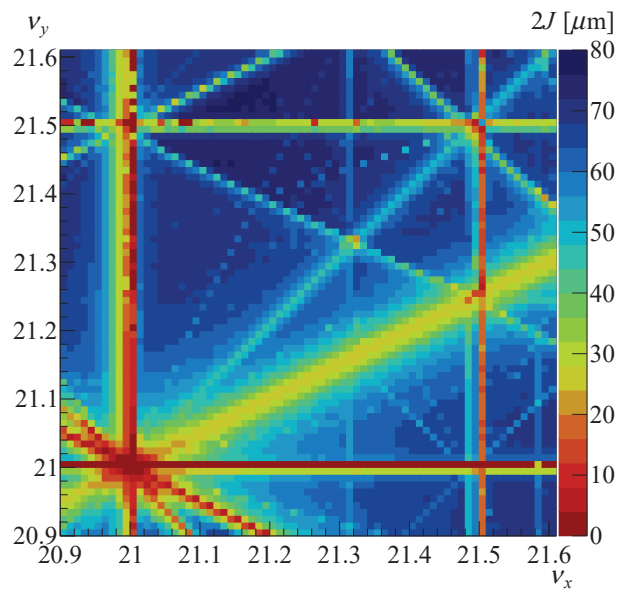

Figure 1: Aperture survey simulation with the present optics [2].

* takaaki.yasui@kek.jp

これは PIC トラッキングコード Space Charge Tracker (SCTR) [5] 等によっても示されている。

現在ニュートリノ利用運転ではチューンは $(\nu_x, \nu_y) = (21.35, 21.43)$ に設定されている。この近傍における共鳴の強さを評価するためにアパーチャサーベイを行った。本研究におけてアパーチャサーベイは、横方向のアクションが $2J_x = 2J_y = n\ \mu$m $(n = 0, 1, 2\cdots)$ の粒子を SCTR で 1000 ターン周回させ、MR の物理アパーチャ 81π mm mrad を超えずに生き残った粒子の初期アクションを採用した。このアパーチャサーベイは磁場エラーも考慮して行われたが、空間電荷効果については除外している。Figure 1 はアパーチャサーベイの結果を示している。MR は 3 回対称のシンクロトロンである故、三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ が強いことが図から見て取れる。本プロシーディングスではこの共鳴の補正について説明する。

2． 三次構造共鳴の補正原理

チューンが共鳴上にあるとき、三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = n$ の強さは次の様に記述できる。

$$G_{1,-2} = \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \oint \beta_x^{1/2} \beta_y K_2 e^{i[\psi_x - 2\psi_y]} \mathrm{d}s \tag{1}$$

ただし、β_u はベータトロン関数、K_2 は六極磁場の強さ、$\psi_u = \int_{s_0}^{s} \mathrm{d}s/\beta_u$ は位相進みを表す。シンクロトロンが N 回対称の場合、磁場等のエラーを考えなければ、C を加速器の周長として

$$G_{1,-2} = N g_{1,-2} \tag{2}$$

$$g_{1,-2} = \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \int_{s}^{s+C/N} \beta_x^{1/2} \beta_y K_2 e^{i[\psi_x - 2\psi_y]} \mathrm{d}s \tag{3}$$

とかける。$g_{1,-2}$ は superperiod ごとの共鳴の強さだと解釈できる。さらに、六極磁場が現れる位置、つまり $K_2 \neq 0$ となる位置を考えると、磁場エラーを考えない限りは、偏向磁石か六極磁石がある位置になる。偏向磁石はもちろんのこと、六極磁石も多くの場合は色収差補正に用いるために分散関数が大きい加速器の曲線部に設置されるので、以降は共鳴の励起源は全て加速器の曲線部にあるとする。

ここで加速器の曲線部がさらに細かく M 個の対称的な構造に分割できるとする。以降 M 等分された構造をモジュールと呼ぶことにする。例えば MR は 1 つの曲線部は 8 つのモジュールで構成されていて、1 つのモジュールは 3 つの FODO セルから成っている。1 つのモジュールの長さを L_{mod} とすると、曲線部の六極磁場については、

$$K_2(s + L_{\mathrm{mod}}) = K_2(s) \tag{4}$$

というさらに細かい周期条件を課すことができ、また適切にビーム光学系を設計することにより、曲線部のベータトロン関数について

$$\beta_u(s + L_{\mathrm{mod}}) = \beta_u(s) \tag{5}$$

とすることもできる。このとき 1 モジュールの位相進みを

$$\Delta\psi_{\mathrm{mod},u} \equiv \psi_u(s + L_{\mathrm{mod}}) - \psi_u(s) \tag{6}$$

と定義すると、共鳴の強さは

$$g_{1,-2} = \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \int_{s}^{s+L_{\mathrm{mod}}} \beta_x^{1/2} \beta_y K_2 e^{i[\psi_x - 2\psi_y]} \mathrm{d}s \times \sum_{k=0}^{M-1} e^{ik(\Delta\psi_{\mathrm{mod},x} - 2\Delta\psi_{\mathrm{mod},y})} \tag{7}$$

と書けるので、

$$\Delta\psi_{\mathrm{mod},x} - 2\Delta\psi_{\mathrm{mod},y} = \frac{2\pi j}{M} \quad (j \in \mathbb{Z},\ j/M \notin \mathbb{Z}) \tag{8}$$

とすれば共鳴の強さ $G_{1,-2}$ はゼロにすることができる。

3． MR における新しいビーム光学系

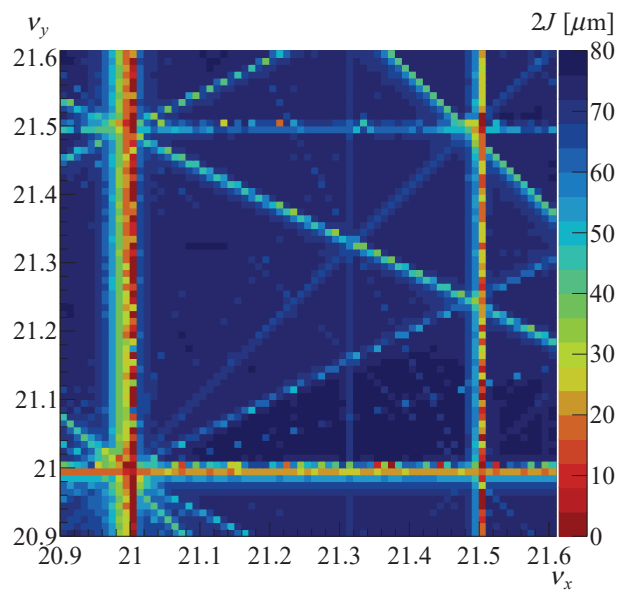

Figure 2: Aperture survey simulation with the new optics [2].

J-PARC MR は $N = 3, M = 8$ の構造をしており、また全ての六極磁石は加速器の曲線部に設置されている。現在ニュートリノ利用運転に使われているビーム光学系は、前章で述べた補正は特に考慮されておらず、三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ の影響が強く出ていたのであった。そこで Eq. (8) を満たすように

$$(\Delta\psi_{\mathrm{mod},x}, \Delta\psi_{\mathrm{mod},y}) = 2\pi(\frac{3}{4}, \frac{11}{16}) \tag{9}$$

として、さらに曲線部の M 回対称性に気を配った新たなビーム光学系を考案した。

Figure 2 は新しい光学系を用いてアパーチャサーベイシミュレーションを行った結果を示している。補正前に

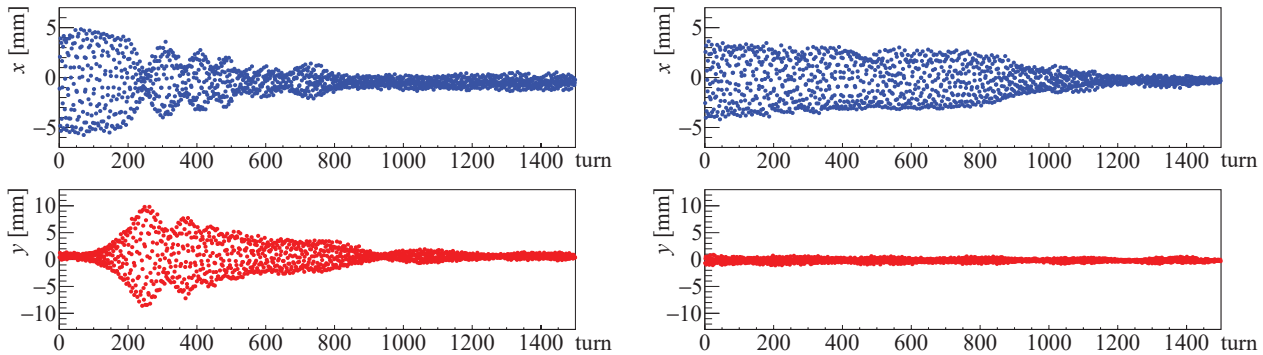

Figure 3: Center positions of the beams with the present (left) and new (right) optics in x (upper) and y (lower) coordinates measured by the BPMs [2].

は強かった $\nu_x - 2\nu_y = -21$ が良く補正されていることが分かる。薄らと共鳴の影響が残っているように見えるが、これは磁場エラーに由来する。共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ は構造共鳴としては補正されたが、「非構造共鳴」としての影響は残っていると解釈できる。

4． 横方向カップリング測定による共鳴補正の評価

三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ の補正は、アパーチャサーベイシミュレーションだけでなく、3 種類の実験によっても確認された。

1 つ目の実験は横方向カップリング測定による評価である。一般に共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = n$ は横方向の重心運動を結合させることが知られている。カップリング現象を明確に観測するため、x 方向にのみ二極振動をさせたビームを入射し、振動が y 方向にも伝搬するかを調べた。チューンは $(\nu_x, \nu_y) = (21.44, 21.22)$ と共鳴上に設定した。この際、曲線部の光学系は変更せず、直線部の光学系の操作のみによってチューンを変えることで補正条件を保った。測定は beam position monitor (BPM) [6, 7] を用いて行った。

Figure 3 に現新光学系で測定したターン毎のビーム重心位置を示した。現在の光学系 (左) では x, y 方向の重心振動が明らかに結合しているのに対して、新しい光学系 (右) ではそのような現象は見られなかった。

Table 1: Results of the Coupling Measurements [2]

Optics	Intensity	Sextupole†	Coupled ratio	
Present	1.2×10^{12} ppb	99%	4/10	(40%)
		95%	5/10	(50%)
		90%	3/10	(30%)
	2.5×10^{12} ppb	74%	17/20	(85%)
New	2.5×10^{12} ppb	74%	0/15	(0%)
		90%	0/10	(0%)

†The column "Sextupole" shows the ratios of the setting value to the value for the full chromaticity correction.

本実験は、同条件の測定でも信号に大きなばらつきが見られた。これは電磁石電源のリップルが大元にあり、チューンが 0.005 程度の範囲でふらつくことに起因する。実際カップリング現象は共鳴からの距離に強く依存し、シミュレーションからも x 方向には $\Delta\nu_x \sim 0.006$、y 方向には $\Delta\nu_y \sim 0.003$ ずれてしまうと観測されなくなってしまうことが予測されていた [2]。そこで同条件で複数回測定を行い、統計的に結果を解釈した。

今回の解析においては、BPM における y 方向の二極振動の振幅が 3 mm を超えた場合、「カップリング現象が観測された」と定義した。解析に用いた BPM におけるベータトロン関数は $\beta_y = 26.5$ m であるため、アクションに換算すると $2J_y = 0.34\ \mu$m になる。測定結果は Table 1 の通りである。現在の光学系を用いた際は、どの条件においても 100% ではないがカップリング現象が確認されたのに対して、新しい光学系を用いた際は、1 回もカップリング現象は観測されなかった。このことから新しい光学系においては三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ は良く補正されたことが示された。

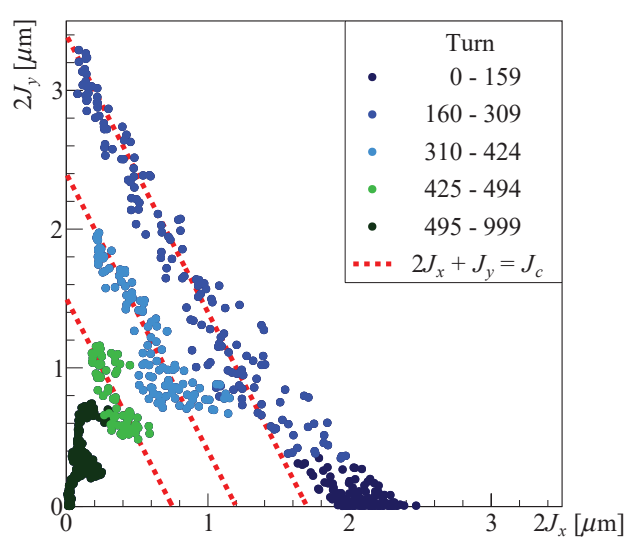

Figure 4: Transverse actions of the beam with the present optics [2]. The colors correspond to the turn from the beam injection.

現在の光学系において観測されたカップリング現象が確かに $\nu_x - 2\nu_y = -21$ によって引き起こされたことを確認するために、カップリング現象が測定されたデータについてアクションを計算した。一般にビームが共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = n$ の影響を受けると、$J_c = 2J_x + J_y$ が定数となる。ただしこれはビーム振動が減衰しないことを仮定しており、Fig. 3 を見れば明らかなように、今回の実験では長期的には振動は減衰しているためこれは成り立たない。しかしながら減衰はそこまで早くはないので、短期間であれば J_c の保存が確認できるはずである。Figure 4 は現在の光学系を用いた 1 つのデータについて、0–999 周までの (J_x, J_y) をプロットしたものである。これを見ると、160–309 周のときは $2J_x + J_y = 1.7\ \mu$m、310–424 周のときは $2J_x + J_y = 1.2\ \mu$m、425–494 周のときは $2J_x + J_y = 0.75\ \mu$m の線上に乗ってカップリング現象が起きていることが分かる。このことからカップリング現象を起こしていたのは三次共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ であることが確認された。

5． ビームロス測定による共鳴補正の評価

三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ の補正を確認する 2 つ目の実験はビームロス測定である。共鳴が補正されたのならば、共鳴周辺においてビームロスは減少するはずである。そこで $\nu_x = 21.44, \nu_y = 21.20 \sim 21.29$ の範囲でチューンスキャンを行い、確かに共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ がビームロスを起こしていることを確認し、現新光学系でのビームロスを比較した。ビームロスは direct-current current transformer (DCCT) [6] を用いて測定したビーム電流の減少率とした。本実験においては、応答を明確にするために、コリメータを x, y 方向とも 40π mm mrad まで狭め (利用運転は約 60π mm mrad)、比較的大きい強度 (2.3×10^{13} ppb) で入射期間に相当する 130 msec の間、2 バンチのビームを周回させたときのビームロスを評価対象とした。チューンは低強度 (2.5×10^{12} ppb) ビームを用いて、チューンメータ [6] で測定した。

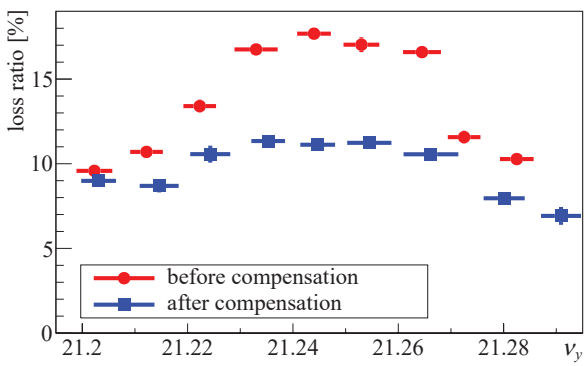

Figure 5: Beam loss ratios measured by the DCCT with the present (red) and new (blue) optics [2]. The horizontal error bars show the tune errors derived from ripples of the power supplies measured by the tune meter.

Figure 5 はビームロス測定の結果である。現在の光学系の結果 (赤) を見ると、$\nu_y = 21.24$ 近傍でビームロスのピークを取った。これは確かにこのチューン近傍では $\nu_x - 2\nu_y = -21$ がビームロスを引き起こしていることを示している。ちょうど共鳴に乗る条件は $\nu_y = 21.22$ であるが、今回ピークが若干高めのチューンになったのは、空間電荷効果の影響であると考えられる。一方で新しい光学系の結果 (青) を見ると、ビームロスのピークが大幅に抑えられていることが分かる。このことからも、共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ は十分に弱められていることが確認できた。

6． フーリエ解析による共鳴補正の評価

三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ の補正を確認する 3 つ目の実験はフーリエ解析である。ビームの重心運動をフーリエ変換すると、チューンのスペクトルが立つことはよく知られているが、他にも共鳴由来のスペクトルも立つ [8]。そこで現新光学系において重心振動をフーリエ解析し、共鳴由来のスペクトルを比較した。共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ によるスペクトルは、x 方向には $2\nu_y$、y 方向には $\nu_x - \nu_y$(の小数部) に相当する周波数に立つ。本実験においては、チューンは $(\nu_x, \nu_y) = (21.44, 21.24)$ に設定したので、共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ によるスペクトルが立つのは、$(f_x, f_y) = (0.48, 0.20)$ である。共鳴上のチューンを避けたのは、共鳴上にしてしまうとチューンのスペクトルと共鳴のスペクトルが被ってしまうからである。ビームは低強度 (1.6×10^{12} ppb) に設定され、x, y 方向とも二極振動をつけて入射した。入射から 256 周までのビームの重心の位置を BPM で測定し、フーリエ解析した。

Figure 6 は現 (左) 新 (右) 光学系でのフーリエ解析の結果である。現在の光学系については、チューンのピークの位置は $(f_x, f_y) = (0.436736, 0.237540)$ にあり (青と赤)、さらに 2 番目の高いピークが $(f_x, f_y) = (0.474752, 0.199253)$ にあった (緑)。この 2 番目の高いピークは、$(2\nu_y, \nu_x - \nu_y)$ に 0.0003 の精度で一致しており、共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ によるスペクトルであると言える。一方新しい光学系においては、チューンのピークは $(f_x, f_y) = (0.443970, 0.237501)$ にあった (青と赤)。チューンの位置から考えられる共鳴のピークの位置に最も近いピークが緑で示されており、位置は $(f_x, f_y) = (0.470968, 0.206084)$ であった。この位置は、y 方向に関しては $\nu_x - \nu_y$ に 0.0004 の精度で一致しているが、x 方向には $2\nu_y$ から 0.004 ずれている。このことから x 方向に見えるピークはノイズ由来の可能性が高く、実際ピークの高さはほぼノイズレベルである。

現新光学系で共鳴のピークの高さを比較すると、現在の光学系においてはチューンのピークと比較して $(x, y) = (3.26\%, 10.14\%)$ であったが、新しい光学系においては $(x, y) = (0.95\%, 1.35\%)$ であった。つまり新しい光学系を採用することで、共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ は x 方向には $0.95\%/3.26\% = 29\%$、y 方向には $1.35\%/10.14\% = 13\%$ にまで抑えられたと考えられる。x 方向の方が y 方向のピークより値が高いのは、x 方向のピークがノイズ由来であるからで、真の共鳴由来のピークはより小さい値であると考えられる。また y 方向には新しい光学系でも共鳴由来のピークが見えた理由は、磁場エラーの影響で共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ が「非構造共鳴」として残っていることに対応している。

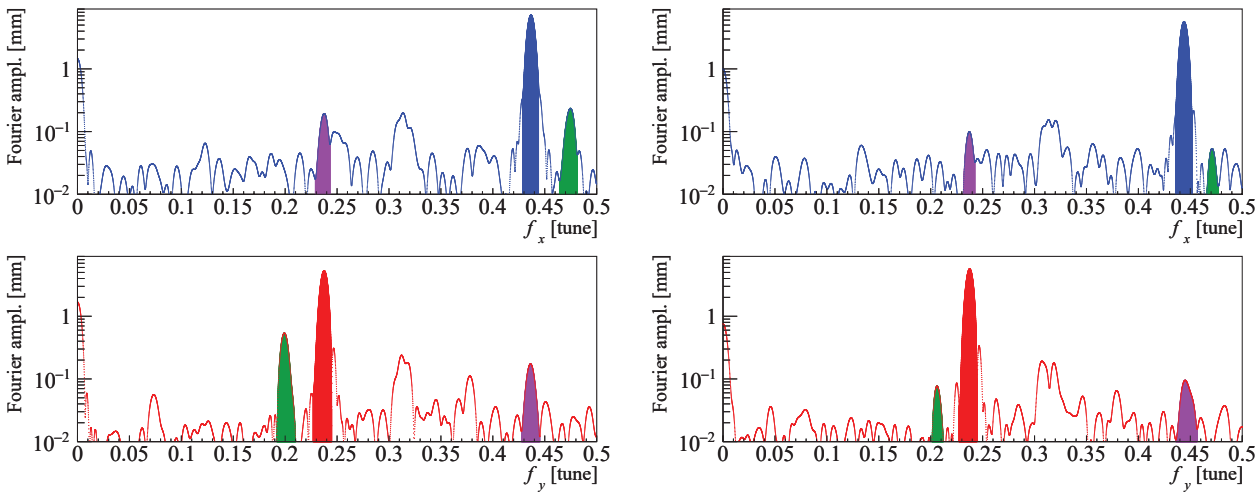

Figure 6: Horizontal (upper) and vertical (lower) Fourier spectra with the present (left) and new (right) optics [2]. The spectra of the tunes are colored blue and red, while those of the resonance $\nu_x - 2\nu_y = -21$ are colored green.

7． 結論

本プロシーディングスでは三次構造共鳴を補正する新たな手法が考案・実証されたことを示した。構造共鳴の補正の手法は、曲線部の位相進み $\Delta\psi_y$ を調整させることであり、シンクロトロンの対称性を利用して共鳴の強さを相殺している。実証は J-PARC MR で行われ、ニュートリノ利用運転でのチューンに近い三次構造共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ をターゲットとした。現在利用運転で用いられているビーム光学系では $\nu_x - 2\nu_y = -21$ は強い影響を持っているが、これを補正するために上記の手法に則り新しい光学系を考案した。シミュレーションベースの議論ではアパーチャサーベイが行われ、新しい光学系を用いると $\nu_x - 2\nu_y = -21$ が良く補正できることが確認された。本補正手法は 3 種類の実験によっても確認された。1 つ目は共鳴に起因する横方向のカップリング測定であった。現在の光学系を用いた場合は、x 方向の二極振動が y 方向に伝搬する様子が BPM を用いて測定できた。新しい光学系を用いた場合には、十分な試行回数を経ても二極振動が伝搬する事象は一度も観測されなかったため、共鳴が良く補正できていることが示された。また現在の光学系で観測されたカップリング現象について、振動の減衰が無視できる期間においては、アクションを解析することにより $2J_x + J_y$ が保存していることが分かり、カップリング現象が共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ によって引き起こされていたことも確認できた。2 つ目の実験は共鳴由来のビームロスの比較であった。現在の光学系において、共鳴を跨ぐ複数のチューンで DCCT ベースでビームロス測定をしたところ、共鳴によってビームロスが増えることが確認できた。新しい光学系で同様の実験をしたところ、共鳴によるビームロスの増加は大きくなく、共鳴が抑制されていることが確認された。3 つ目の実験はビームの二極振動をフーリエ解析することによる共鳴由来のスペクトルの評価であった。現在の光学系においては、共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = -21$ 由来のスペクトルを観測することに成功した。新しい光学系においては、x 方向のスペクトルに関してはノイズに埋もれるレベルであり、y 方向は観測されたものの、現在の光学系で観測されたものと比較して約 13% にまで抑えられていており、共鳴が弱められていることが示された。

謝辞

著者は実験の相談から設定まで幅広くご貢献頂いた J-PARC MR の電磁石電源グループに深謝致します。また SCTR の実装や助言を頂いた大見和史氏にも拝謝しております。J-PARC MR のモニター、RF、3-50BT、入出射、制御、真空グループにも実験のご協力を頂き感謝の意を表したいと思います。

参考文献

[1] S. Y. Lee *et al.*, “Evolution of beam distribution in crossing a Walkinshaw resonance”, Phys. Rev. Lett. 110, 094801 (2013).
[2] T. Yasui, “Evaluation and compensation of betatron resonances for high-intensity proton synchrotrons”, Doctoral dissertation, The University of Tokyo, Tokyo, Japan, 2020.
[3] T. Koseki *et al.*, “Beam commissioning and operation of the J-PARC main ring synchrotron”, Prog. Theor. Exp. Phys. 2012, 02B004 (2012).
[4] S. Igarashi *et al.*, “Accelerator design for 1.3-MW beam power operation of the J-PARC main ring”, Prog. Theor. Exp. Phys. 2021, 033G01 (2021).
[5] K. Ohmi *et al.*, “Study of halo formation in J-PARC MR”, in Proc. PAC’07, Albuquerque, NM, USA, June 2007, pp. 3318–3320.
[6] K. Satou *et al.*, “Beam diagnostic system of the main ring synchrotron of J-PARC”, in Proc. HB’08, Nashville, Tennessee, USA, 2008, pp. 472-474.
[7] T. Toyama *et al.*, “Performance and upgrade of BPMs at the J-PARC MR”, in Proc. IBIC’12, Tsukuba, Japan, October 2012, pp. 107-111.
[8] A. Franchi *et al.*, “Magnet strength measurement in circular accelerators from beam position monitor data”, Phys. Rev. ST Accel. Beams 10, 074001, (2007).