

# Genesis を用いた cERL による中赤外自由電子レーザー光の数値解析 NUMERICAL ANALYSIS OF MIR LASER RIGHT FROM cERL-FEL BY USING GENESIS CODE

坂本文人 <sup>\*A)</sup>、加藤龍好 <sup>B)</sup>、羽島良一 <sup>C)</sup>

Fumito Sakamoto <sup>\*A)</sup>, Ryukou Kato <sup>B)</sup>, Ryoichi Hajima <sup>C)</sup>

<sup>A)</sup>National Institute of Technology, Akita College

<sup>B)</sup>High Energy Accelerator Research Organization

<sup>C)</sup>National Institutes for Quantum and Radiological Science and Technology

## Abstract

The project on development of a mid-infrared SASE type FEL system based on a compact Energy Recovery Linac (cERL) is started at KEK. The numerical simulations of FEL right growth and electron beam behavior under 5 m or two 3 m undulators by using Genesis1.3 code are being performed. The results of simulation indicate the FEL profile is spread about 50 mm due to diffraction effect. This will be a cause of reduction of FEL right intensity. In addition, the FEL right will passing through the vacuum chamber with specific mode something like a waveguide. To realize the generation of high-intensity FEL right, we estimate the energy losses in the vacuum chamber to treat the vacuum chamber to a rectangular waveguide. In this paper, we present the theory of the energy losses at the boundary of waveguide.

## 1. はじめに

KEKにおいて、cERLをベースとしたSASE型自由電子レーザー(以下、省略してcERL-FELと言う。)の検討が進められている[1]。このFELではcERLを用いる事によって高出力の中赤外FEL光を発生させることを目的としている。現在、各種の検討が進められているが、アンジュレータで増幅されるFEL光の空間分布が真空ダクト壁面と干渉し、光出力の低下する懸念が生じている。Genesis1.3[2]を用いたシミュレーション結果では、アンジュレータ入口から下流へ1.2mの地点において、縦方向のFEL光サイズが全幅で約30mmとなった。これに対してアンジュレータに設置予定の真空ダクトサイズは縦方向に8mmであり、真空ダクト壁面におけるFEL光の反射・損失が生じる可能性が十分に考えられる。

損失を低減させるため、FEL光の電磁場を導波管モードで真空ダクト中を伝搬させる方法が考えられている[3]。我々の場合も真空ダクトを最適化し、導波管モードによる光損失の低減を検討している。しかしながら、Genesis1.3では自由空間における光の伝搬を評価しているため、アンジュレータ中での光の増幅過程と真空ダクト境界における損失を同時に評価することはできない。そこで我々は、Genesis1.3に壁面損失を考慮した境界条件ルーチンを加え、増幅と損失を含めた総合的なFELシミュレーションを行う事を目標とした。矩形導波管では、三次元直交座標系における電磁場のモード分布と、これによって導波管導体内に誘起される壁面電流が作るポインティングベクトルを計算する事でエネルギー損失を比較的容易に取り扱うことができる。本稿では、真空ダクト壁面境界において設定すべき壁面損失について示す。

## 2. 矩形導波管におけるTEモード

cERL-FELで採用予定のアンジュレータは横方向( $x$ 方向)に電子が蛇行するプラナー型であることから、放射されるFEL光は水平偏向となる。よって基本モードとなるのは $TE_{01}$ モードである。図1に示す三次元直交座標系を設定すると、 $TE_{01}$ モードの各電磁場成分は以下のように与えられる。

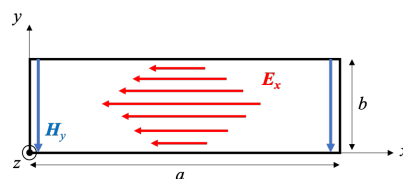


Figure 1: Coordinate system of rectangular waveguide.

$$E_x = -H_0 \frac{i\omega}{\omega_c^2 \epsilon_0} k_c \sin(k_c y) \quad (1)$$

$$E_y = 0 \quad (2)$$

$$E_z = 0 \quad (3)$$

$$H_x = 0 \quad (4)$$

$$H_y = -H_0 \frac{ik}{\omega_c^2 \epsilon_0 \mu_0} k_c \sin(k_c y) \quad (5)$$

$$H_z = H_0 \cos(k_c y) \quad (6)$$

ここで $\omega$ は光の角周波数、 $\omega_c$ は遮断周波数、 $k_c$ は遮断波数、 $\epsilon_0, \mu_0$ は真空における誘電率と透磁率である。

### 2.1 導波管を流れる電磁場のエネルギー

式(1)~(6)より、導波管中を $z$ 方向に伝搬する電磁場の平均エネルギーは、ポインティングベクトル

\* saka@akita-nct.ac.jp

$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$  として以下のように計算される。

$$\begin{aligned}\hat{S}_z &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \int_0^a \int_0^b (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{e}_z) dx dy \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \int_0^a \int_0^b (E_x H_y^*) dx dy \right] \\ &= \frac{ab}{4} H_0^2 \frac{k_0 \sqrt{k_0^2 - k_c^2}}{k_c^2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\end{aligned}\quad (7)$$

## 2.2 導波管導体中に誘起される電磁場のエネルギー

次に、導波管導体内に誘起される電磁場を考える。導体内部において電磁場が従う関係は以下の式である。

$$\nabla \times \mathbf{E}^{in} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}^{in}}{\partial t} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H}^{in} &= \sigma \mathbf{E}^{in} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}^{in}}{\partial t} \\ &\approx \sigma \mathbf{E}^{in}\end{aligned}\quad (9)$$

ここで  $\varepsilon$  および  $\mu$  は導波管材料の誘電率と透磁率である。マイクロ波の場合と同様に光の周波数が十分に大きい場合を考えているので、変位電流を表す式 (9) の右辺第二項はゼロとして取り扱っても問題がない。式 (8) の回転をとりベクトル恒等式を利用して電場についての式に変換した後、電場の解として  $\mathbf{E}^{in} = \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$  を設定すると、電場の  $x$  方向への波数と周波数の関係として、

$$k_x = -\frac{1}{\delta} (1 + i) \quad (10)$$

を得る。ここで

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (11)$$

は導体の表皮深さである。これらを用いると、導体中における電場  $E_z^{in}$  は以下のように表現できる。

$$E_z^{in} = -E_0^{in} \exp \left\{ \frac{x}{\delta} - i \left( \frac{x}{\delta} + \omega t \right) \right\} \quad (12)$$

また磁場については式 (9) を積分することにより、

$$H_y^{in} = -H_0^{in} \exp \left\{ \frac{x}{\delta} - i \left( \frac{x}{\delta} + \omega t \right) \right\} \quad (13)$$

ただし  $E_z^{in}$  と  $H_y^{in}$  の間には、

$$H_0^{in} = -\frac{\sigma \delta}{1 - i} E_0^{in} \quad (14)$$

の関係がある。これまでで得られた  $E_z^{in}$  と  $H_y^{in}$  により、導体内部に侵入する電磁場のエネルギーをポインティングベクトルとして評価することができる。導波管表面においては先に求めた導波管内部にお

る電磁場の式 (5) および (6) を初期値として用いることにより、導体中に侵入する電磁場の平均エネルギーは  $x$  方向に、

$$\hat{S}_x = -\frac{H_0^2}{\sigma \delta} \left( \frac{\sqrt{k_c^2 - k_0^2} b}{k_c^2} \frac{b}{2} + \frac{b}{2} + 2a \right) \quad (15)$$

となる。

## 2.3 エネルギー保存則とエネルギー減衰係数

導波管の内部を流れる電磁場のエネルギーと導体内部に侵入する電磁場のエネルギーがわかったので、これらをエネルギー保存則に当てはめると、他に損失の原因がない場合は以下の等式が成り立つ。

$$\frac{d\hat{S}_z}{dz} = -\hat{S}_x \quad (16)$$

任意の位置  $z$  におけるエネルギー量を評価するため、減衰係数  $\lambda$  [dB/m] を用いて以下のように表現する。

$$\hat{S}_z = S_0 10^{-\frac{\lambda}{10} z} \quad (17)$$

ここで定義した減衰係数  $\lambda$  は上で述べたエネルギー保存則の関係から、以下のように定まる。

$$\lambda = \frac{20}{ab\sigma\delta} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{k_0 \sqrt{k_0^2 - k_c^2}} (bk_0^2 + 4ak_c^2) \quad (18)$$

## 3. CERL-FEL 真空ダクトにおける光エネルギーの減衰

式 (17) を用いて、実際に cERL-FEL に導入が検討されている真空ダクトにおいて FEL 光のエネルギー損失を計算した。ただし、実際に導入が検討されている真空ダクトは横方向に 50 mm、縦方向に 8 mm の楕円形状をしているが、ここではこれを  $a=50$  mm、 $b=8$  mm の矩形導波管として模擬することにする。結果を表 1 にまとめる。また、 $z$  方向へのエネルギー減衰の様子を図 2 に示す。ここでは、cERL-FEL では 5 m のアンジュレータの採用を検討しているため、5 m までの光エネルギーの減衰傾向を示している。ただし、入力する光のエネルギーは 1 として規格化し、真空ダクトに入射した段階で TE<sub>01</sub> モードが励起されていることを前提としている。計算の結果から、

Table 1: Attenuation Coefficients for Several Materials (FEL Wavelength of 20.0  $\mu\text{m}$ )

Material	$\lambda$ [dB/m]
SUS304	5.87
Cu	0.89
Al	1.09

SUS304 製の真空ダクトでは大きな損失が確認できるが、銅とアルミニウムにおける減衰率はかなり低

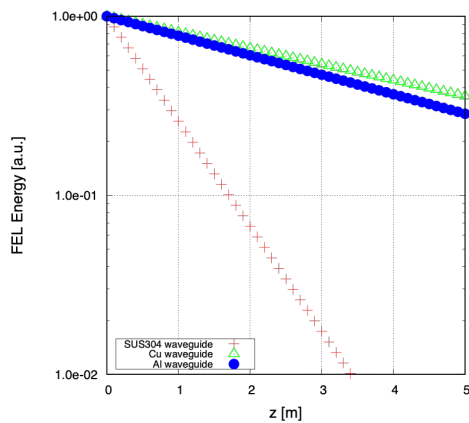


Figure 2: Attenuation of FEL energy along  $z$ -axis.

減されることがわかる。しかしながら、FEL 光を輸送し応用利用することを見据えると、その減衰量は無視できるものではない。cERL-FEL においては、アルミニウムに厚さ  $1 \mu\text{m}$  の NEG コートを施したダクトを採用する予定であるので、NEG の磁性体特性を調査し、これによる減衰に与える効果も考慮しなくてはならない。

今回検討した導波管境界におけるエネルギー損失モデルの妥当性を検証するため、UCLA-PBPL の PEGASUS が公開している壁面損失に関するデータ [4,5] と同じ条件で計算し比較したところ、概ね良好な一致が見られている。

#### 4. まとめと今後の計画

cERL をベースとした中赤外 FEL の検討の一環として、真空ダクトにおける光の減衰について検討を行った。現段階では基本モードとなる  $\text{TE}_{01}$  モードの壁面損失を見積もったまでだが、SASE 型 FEL においてどのようなモードが発振するかは、FEL 光の増幅過程を電子ビームとの相互作用や真空ダクトにおける損失も加味して総合的にシミュレーションする必要がある。Genesis1.3 はソースコードが公開されており、適切な真空ダクトの境界条件ルーチンを組み込む事によって FEL シミュレーションを行えることが期待できる。今回検討した損失計算を境界条件の一つに採用し、FEL シミュレーションを行うことを目標としている。

#### 参考文献

- [1] R. Kato *et al.*, Proceedings of the 16th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Kyoto, Japan, July. 31-Aug. 3, 2019, THPI015.
- [2] S. Reiche, NIM A 429 (1999) 243-248.
- [3] S. Reiche *et al.*, NIM A 475 (2001) 432-435.
- [4] [http://pbpl.physics.ucla.edu/Research/Experiments/Free\\_Electron\\_Lasers/Waveguide\\_FEL/](http://pbpl.physics.ucla.edu/Research/Experiments/Free_Electron_Lasers/Waveguide_FEL/)
- [5] Y. Matsuura *et al.*, Appl. Opt. 34 (1995) 6842.