

# J-PARC MRにおける空間電荷効果のチューンと Twiss パラメーターへの影響 EFFECT OF THE SPACE-CHARGE FOR THE TUNE AND FOR THE TWISS PARAMETERS IN J-PARC MR

安居孝晃<sup>\*A)</sup>、五十嵐進<sup>B)</sup>、佐藤洋一<sup>B)</sup>、大見和史<sup>B)</sup>、小関忠<sup>AB)</sup>  
Takaaki Yasui<sup>\*A)</sup>, Susumu Igarashi<sup>B)</sup>, Yoichi Sato<sup>B)</sup>, Kazuhito Ohmi<sup>B)</sup>, Tadashi Koseki<sup>AB)</sup>

<sup>A)</sup>The University of Tokyo

<sup>B)</sup>KEK

## Abstract

The incoherent tune shift in the main ring of Japan Proton Accelerator Research Complex was simulated and calculated. The tune shift strongly depended on the betatron oscillation amplitude by the space-charge effect in the lower action region than  $2J \sim 40\pi$  mm mrad. The sextupole fields effect was apparent in the action higher than  $2J \sim 40\pi$  mm mrad. The incoherent modulation of the betatron function was simulated. In low action, the space-charge effect was the main source of modulation. In high action, the sextupole fields effect was dominant especially in  $x$  coordinate. The betatron function  $\beta_x$  of the particles whose actions were around the aperture of the main ring was modulated  $+2\% \sim +4\%$  at high  $\beta_x$ .

## 1. はじめに

大強度陽子加速器施設 (J-PARC) の主リング (MR) では、ニュートリノ実験のために現在最大 500 kW の利用運転を行っている [1]。このとき MR には  $3.3 \times 10^{13}$  protons per bunch (ppb) で 3 GeV のバンチを 8 回入射し、30 GeV まで加速した後、 $2.6 \times 10^{14}$  protons per pulse (ppp) として取り出している。将来的には 1.3 MW 運転を目標に掲げており、そのために  $3.3 \times 10^{14}$  ppp まで陽子を積むことを目指している [2]。陽子ビームはロスしてしまうと機器の放射化に繋がるため、ビーム強度を上げるにはビームロスを抑え、かつコリメーター部に局所化させることが重要である。

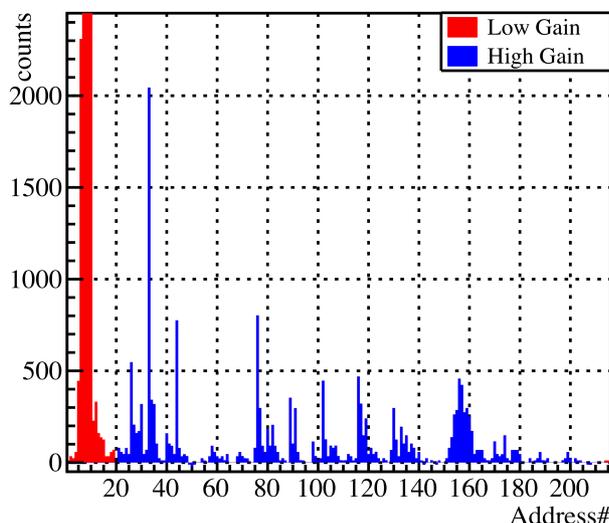


Figure 1: Integrated beam loss observed in the MR. The blue bars have 8 times gain of the red bars.

\* tyasui@post.j-parc.jp

Figure 1 は MR で観測された 1 ショットビームのロス分布である。青棒グラフでのデータは赤棒グラフでのデータの 8 倍のゲインで取られている。赤棒グラフで示されている領域にはコリメーターが設置されており、図のように利用運転の際は、ビームロスの大部分はコリメーターで起こしている。しかしビームロスの一部はコリメーター外で観測されている。コリメーター外のロスのいくつかは、コリメーターで回収しきれずに散乱した粒子がアーク部の Dispersion の大きい地点でロスすることが原因であると考えられている。しかしそれでは説明のつかないビームロスもあり、原因の究明が求められている。

本研究では、コリメーター外でロスが起こる可能性の 1 つとして、Twiss パラメーターの歪みについて検証した。Twiss パラメーターは空間電荷効果や非線形磁場によって歪む。ビームロスはベータトロン振幅が大きい粒子が原因と考えられる。本研究ではシングルバンチビームに対して、空間電荷効果や非線形磁場の効果によって、チューンや Twiss パラメーターがどの程度変動するのかをベータトロン振幅ごとにシミュレーションした。

## 2. 手法

MR でのビームは横方向にはガウシアン分布とみなせる。ガウシアンビームではビーム内の各粒子が感じる空間電荷力は、粒子のベータトロン振幅に依存して異なる。本研究ではインコヒーレントチューンシフトとインコヒーレントな Twiss パラメーターをシミュレーションにより求めた。またチューンシフトは解析的にも計算し、シミュレーションの結果と比較した。

### 2.1 シミュレーション手法

空間電荷効果のシミュレーションには SCTR [3] を用いた。SCTR は particle-in-cell アルゴリズムを採用したトラッキングコードである。空間電荷力は 1-2 m 間隔ごとに、横方向と縦方向を独立に計算している。

まず利用運転に対応するビーム分布を作成した。そ

Table 1: Conditions of Initial Beam

Intensity	$3.0 \times 10^{13}$ ppb
Tune	$(\nu_x, \nu_y) = (21.35, 21.43)$
Distribution	Gaussian (transverse) Parabola (longitudinal)
Emittance ( $1\sigma$ )	$\varepsilon_x = 4.1\pi$ mm mrad $\varepsilon_y = 4.4\pi$ mm mrad
Bunching factor	0.2
Chromaticity	$(\xi_x, \xi_y) = (-28, -28)$ (natural) $(\xi_x, \xi_y) = (-7, -7)$ (user operation) $(\xi_x, \xi_y) = (0, 0)$ (fully corrected)

して作成したビーム分布に解析用のテスト粒子を混ぜた。テスト粒子の位相進みをそれぞれ 1000 ターン分計算し、その平均からチューンを求めた。またテスト粒子の 1000 ターン分の位相空間上の位置情報  $(x, x')$  を、

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = 2J \quad (1)$$

でフィットすることにより、Twiss パラメーター  $(\beta, \alpha, \gamma)$  とベータトロン振幅  $J$  を各テスト粒子ごとに求めた。

ビーム分布の条件は Table 1 にまとめられている。ただしバンチングファクターはビームの縦方向のピークシグナルに対する平均シグナルの割合と定義した。六極磁石の影響を考慮するため、クロマチシティは無補正、利用運転時の値、完全補正のそれぞれの条件でシミュレーションを行い、結果を比較した。マクロ粒子数は 1 つのシミュレーションに対して 200 万個とし、これを 10 回行った。

議論を簡単にするために、テスト粒子の縦方向の振幅は 0 とし、シンクロトロン振動の影響を排除した。テスト粒子は 1 つのシミュレーションあたり 200 個混ぜた。

Table 2: Analysed Conditions of the Beam

Distribution	Gaussian (transverse) Parabola (longitudinal)
Emittance ( $1\sigma$ )	$\varepsilon_x = 4.6\pi$ mm mrad $\varepsilon_y = 4.5\pi$ mm mrad
Bunching factor	0.31 (at turn 3000) 0.34 (at turn 4000)

ビームの入射条件は現実のビーム条件をできるだけ再現しようとした結果、縦方向にミスマッチしている。シンクロトロン振動周期は約 300 ターンである [1]。ビーム入射直後は、ビームの縦方向の振動が大きいので、振動が比較的落ち着いた 3000 ターンから 4000 ターンの間を解析の対象とした。このときのビーム分布は入射時から変わっており、Table 2 にまとめられている。

## 2.2 解析計算手法

ガウシアンビームのチューンシフトは非線形磁場の影響を考えない範囲では解析的に求められる。2次元の空

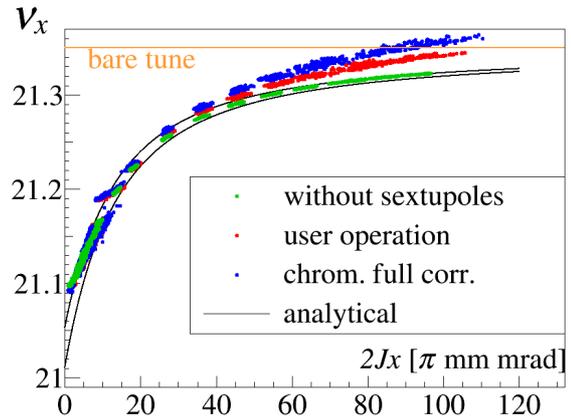


Figure 2: Tune  $\nu_x$  as a function of action  $2J_x$ . The green, red, and blue points are the results of simulations. The green points represent the condition without sextupole fields, the red points represent the condition of the neutrino user operation, and the blue points represents the condition where chromaticity is fully corrected. The black lines are the results of analytical calculations. The upper line shows the result under the condition that the bunching factor is 0.34. The lower one shows the result under the condition that the bunching factor is 0.31.

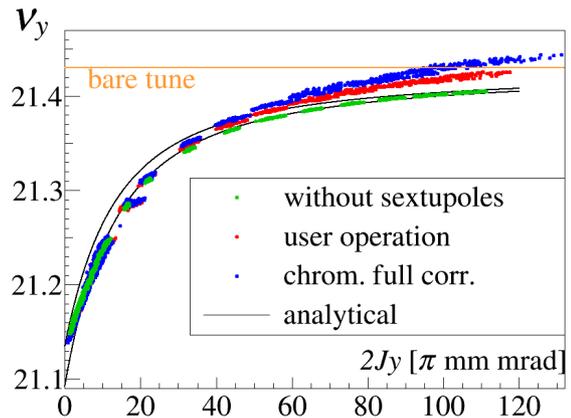


Figure 3: Tune  $\nu_y$  as a function of action  $2J_y$ .

間電荷ポテンシャルは [4]、

$$U(x, y; s) = \frac{\lambda r_0}{\gamma_{rel}^3 \beta_{rel}^2} \int_0^\infty dq \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2 + q} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2 + q}\right)}{\sqrt{2\sigma_x^2 + q} \sqrt{2\sigma_y^2 + q}} \quad (2)$$

で与えられる。ただし  $\lambda$  を線電荷、 $r_0$  を粒子の古典半径、 $\gamma_{rel}, \beta_{rel}$  をローレンツ因子、 $\sigma_x, \sigma_y$  をそれぞれ  $x, y$  方向の RMS ビームサイズとした。リング全体についての空間電荷ポテンシャルを位相  $\phi_x, \phi_y$  についてフーリ

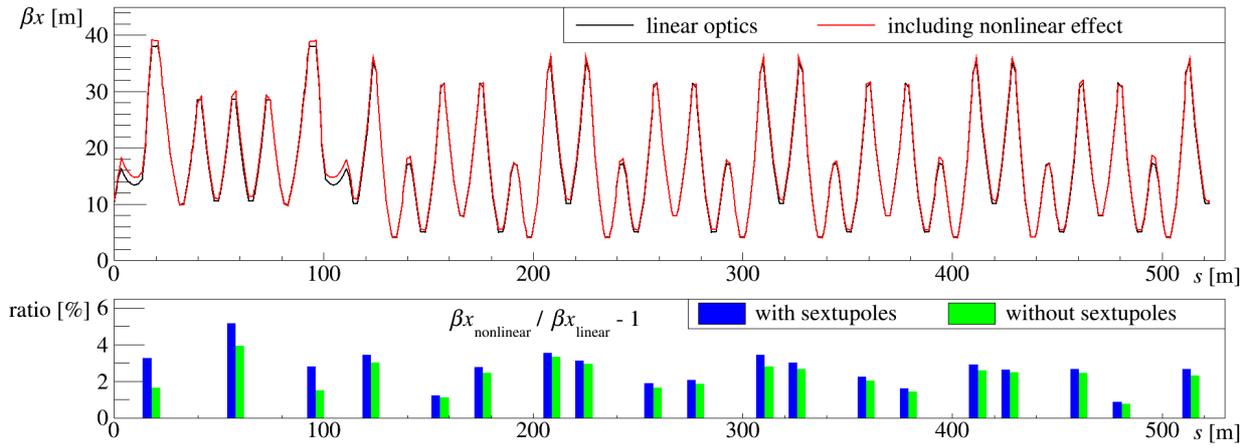


Figure 4: The upper graph shows the betatron function in  $x$  coordinate of the particles with actions  $2J_x = 4\pi$  mm mrad in a superperiod of the MR. The black line represents the analytical results without considerations of the space-charge effect nor nonlinear magnets effect. The red line represents the simulation results considering nonlinear effects. The lower graph shows the ratio of the betatron function with nonlinear effects to the betatron function of linear optics. Only the results of  $\beta_x > 30$  m are shown. The blue bars represents the results including sextupole fields, namely, the ratio of the red line to the black line in upper graph. The green bars represents the results excluding the sextupoles.

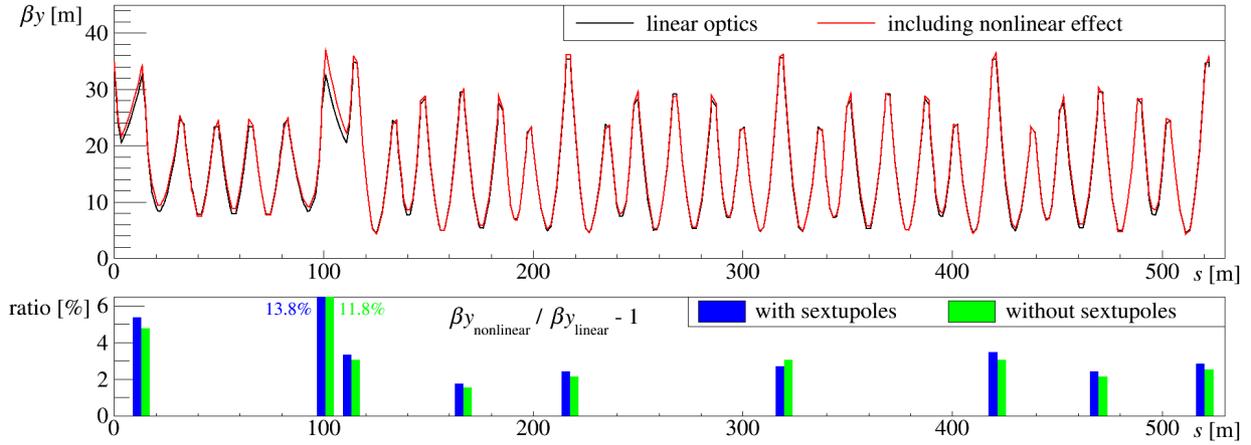


Figure 5: The upper graph shows the betatron function in  $y$  coordinate of the particles with actions  $2J_y = 4\pi$  mm mrad in a superperiod of the MR. The lower graph shows the ratio of the betatron function with nonlinear effects to the betatron function of linear optics. Only the results of  $\beta_y > 30$  m are shown.

エ級数展開すれば、フーリエ級数は、

$$\tilde{U}_{m_x, m_y} = \frac{1}{(2\pi)^2} \oint d\phi_x \oint d\phi_y \int ds U e^{im_x \phi_x + im_y \phi_y} \quad (3)$$

となる。チューンは位相  $\phi_x, \phi_y$  に依存しないので、チューンシフト  $\Delta\nu_x, \Delta\nu_y$  はポテンシャルの DC 成分  $\tilde{U}_{00}$  を用いて [5]、

$$2\pi \Delta\nu_x = \frac{\partial \tilde{U}_{00}}{\partial J_x} = -\frac{\lambda r_0}{\gamma_{rel}^3 \beta_{rel}^2} \int ds \frac{\beta_x}{\sigma_x^2} \int_0^\infty \frac{e^{-w_x - w_y} d\zeta}{(2 + \zeta)^{3/2} (2r + \zeta)^{1/2}} \times [I_0(w_x) - I_1(w_x)] I_0(w_y) \quad (4)$$

と書ける。ただし  $J_x, J_y$  はベータトロン振幅、 $\beta_x, \beta_y$  はベータトロン関数、 $I_\nu(x)$  は第 1 種変形ベッセル関数で、

$$r = \sigma_y^2 / \sigma_x^2 \quad (5)$$

$$w_x = \frac{J_x \beta_x}{(2 + \zeta) \sigma_x^2} \quad (6)$$

$$w_y = \frac{J_y \beta_y r}{(2r + \zeta) \sigma_y^2} \quad (7)$$

とした。  $\Delta\nu_y$  についても同様に導出できる。

各パラメータは Table 2 にまとめられているものを使った。パンチングファクターについては両方の場合について計算した。

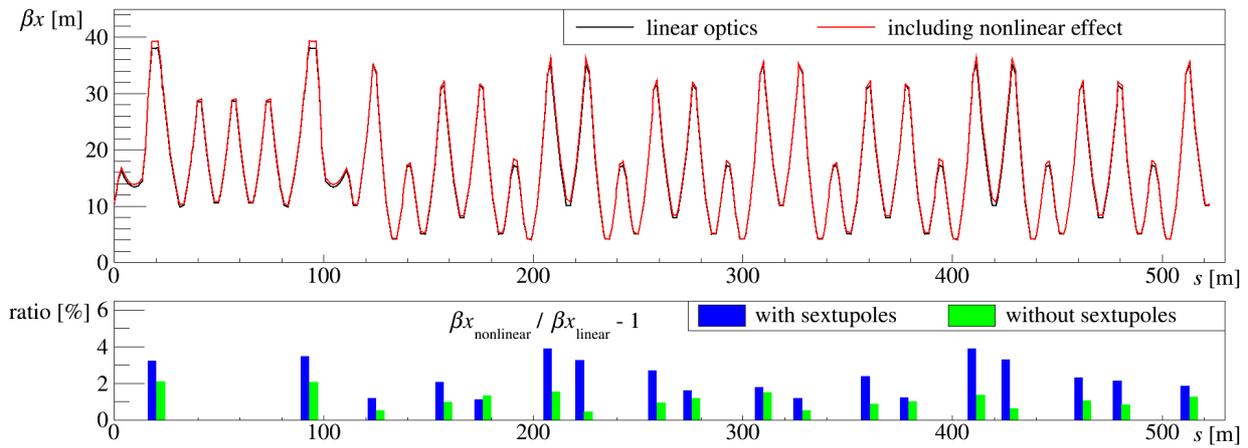


Figure 6: The upper graph shows the betatron function in  $x$  coordinate of the particles with actions  $2J_x = 81\pi$  mm mrad in a superperiod of the MR. The lower graph shows the ratio of the betatron function with nonlinear effects to the betatron function of linear optics. Only the results of  $\beta_x > 30$  m are shown.

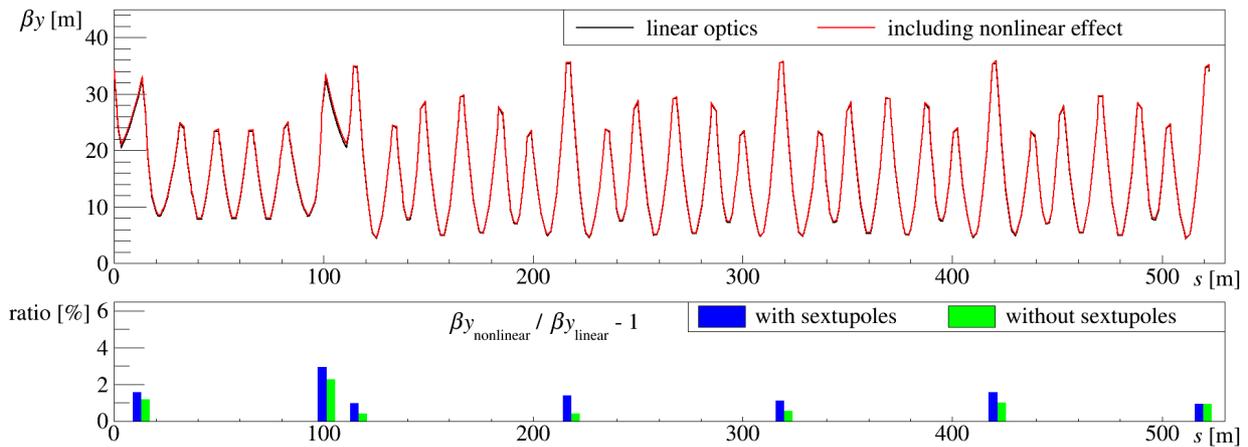


Figure 7: The upper graph shows the betatron function in  $y$  coordinate of the particles with actions  $2J_y = 85\pi$  mm mrad in a superperiod of the MR. The lower graph shows the ratio of the betatron function with nonlinear effects to the betatron function of linear optics. Only the results of  $\beta_y > 30$  m are shown.

### 3. 結果・考察

Figure 2, 3 はシミュレーションと解析計算によって得られた  $x, y$  方向のベータトロン振幅ごとのチューンである。緑、赤、青色の点がシミュレーションの結果であり、緑色の点がクロマチシティ無補正、赤色の点が利用運転時の値、青色の点が完全補正したときのものである。対応するクロマチシティは Table 1 にまとめられている通りである。黒実線は解析計算の結果を表しており、2つの図とも上の線がバンチングファクターが 0.34 のとき、下の線が 0.31 のときのものである。

バンチングファクターの変化の影響により、非線形磁場を考慮しない議論の下では 2 本の黒実線の差程度の系統誤差があると考えられる。シミュレーションと比較すると、クロマチシティを補正していない条件 (緑点) の結果が 2 本の黒実線の間にはさまれた。これは、このシミュレーションが六極磁石を考慮しないオプティクスを仮定しているからであり、シミュレーションが正しい裏付けとなる。

空間電荷効果によるチューンシフトはベータトロン振幅が小さいほど負方向に大きくなり、今回の結果から  $x, y$  方向共に  $2J \sim 40\pi$  mm mrad より小さい範囲ではチューンシフトはベータトロン振幅に強く依存していることが分かる。一方六極磁石の影響は 3 つのシミュレーションの違いに表れている。六極電磁石磁場が強いほど、またベータトロン振幅が大きいほどチューンシフトは正方向に大きくなり、 $x, y$  方向共に  $2J \sim 40\pi$  mm mrad より大きい範囲でその差は顕著となっている。

Figure 4, 5 はベータトロン振幅が小さい ( $2J_x = 4\pi$  mm mrad,  $2J_y = 4\pi$  mm mrad) 粒子の Twiss パラメータの歪みを表している。Figure 4 が  $x$  方向、Fig. 5 が  $y$  方向であり、共に上の図はベータトロン関数である。黒線は空間電荷効果も非線形磁場の効果も考えないオプティクスでの値であり、赤線は両効果とも考えたシミュレーションの結果である。また  $\beta > 30$  m の範囲で赤線と黒線を比を求めたのが下の青棒グラフである。同様の手順で六極磁石の強度をゼロにしたシミュレーションも行い、その結果を緑色の棒グラフで併記した。J-PARC

MR は 3 回対称な加速器であり、グラフはそのうちの 1 superperiod の結果である。

六極磁石の有無の結果を比べると、 $x, y$  方向とも一部ずれが見受けられるところもあるが、全体的には大きな違いがないことが分かる。よってベータトロン振幅が小さい粒子は、空間電荷効果によって Twiss パラメーターが歪むといえる。ベータトロン関数の値が大きい範囲では、 $\beta_x$  はだいたい +2% ~ +5% 程度歪み、 $\beta_y$  は最大で +14% 歪んだ。

Figure 6, 7 はベータトロン振幅が大きい ( $2J_x = 81\pi$  mm mrad,  $2J_y = 85\pi$  mm mrad) 粒子の Twiss パラメーターの歪みを表している。このベータトロン振幅はおおよそ MR のアパーチャーに相当する値である。 $x$  方向の結果を見ると、六極磁石の影響により  $\beta_x$  がより大きく歪むことが分かる。一方空間電荷効果の影響は、Fig. 4 の結果と見比べれば、小さくなっていることは明らかである。Figure 6, 7 で示したベータトロン振幅の値は、 $\beta_x > 30$  m の領域では、 $\beta_x$  は約 +2% ~ +4% 拡大したので、この影響でビームの許容エミッタンスは -2% ~ -4% 縮小すると言える。

$y$  方向の結果は、六極磁石が歪みを増長させているようにも見えなくはないが、 $x$  方向ほど有意な違いはなかった。空間電荷効果の影響は確実に弱くなっていることが分かる。

#### 4. 結論

シミュレーションと解析計算の比較を行うことで、シミュレーションで正しくチューンシフトが計算できていることを確認した。現在の MR のビーム強度では、ベータトロン振幅が  $2J \sim 40\pi$  mm mrad より小さい範囲ではチューンシフトはベータトロン振幅に強く依存していることが分かった。またシミュレーションから、 $2J \sim 40\pi$  mm mrad より大きい粒子では、六極電磁石磁場の影響が有意にチューンシフトに表れることが分かった。

シミュレーションによって Twiss パラメーターの歪みも求めた。ベータトロン振幅が小さい粒子では、六極磁石の影響はほとんどなく、空間電荷効果が Twiss パラメーターの歪みの主要因である。ベータトロン振幅が大きい粒子では、特に  $x$  方向について、六極磁場の影響が顕著であった。MR のアパーチャーに相当するベータトロン振幅では、 $\beta_x$  は線形オプティクスに比べ +2% ~ +4% 拡大したので、ビームの許容エミッタンスは -2% ~ -4% 減少すると思われる。

本研究により、今後より良いコリメーターの調整方法を考えるには、六極電磁石磁場による Twiss パラメーターの歪みの影響を考慮する必要があると言える。

#### 謝辞

シミュレーションのための基礎データを提供してくれた MR の各グループに謝意を表明する。また本研究は文部科学省の設置する博士課程教育リーディングプログラムによってサポートされており、ここに感謝の意を表す。

#### 参考文献

- [1] S. Igarashi, in *Proc. HB' 18*, Daejeon, Korea, June 2018, TUA2WD02, pp. 147–152.
- [2] T. Koseki, in *Proc. IPAC' 18*, Vancouver, Canada, May 2018, TUPAK005, pp. 966–969.
- [3] K. Ohmi, S. Igarashi, H. Koiso, T. Koseki, and K. Oide, in *Proc. PAC' 07*, Albuquerque, NM, USA, June 2007, TH-PAN040, pp. 3318–3320.
- [4] A. W. Chao and M. Tigner, *Handbook of Accelerator Physics and Engineering* (World Scientific, Singapore, 2002), 2nd Printing, p. 130.
- [5] K. Ohmi and K. G. Sonnad, in *Proc. IPAC' 16*, Busan, Korea, May 2016, MOPOR019, pp. 641–643.