

Head-tail フィードバックによるモード結合不安定性抑制の検討 CHALLENGE TO HEAD-TAIL FEEDBACK FOR MODE COUPLING INSTABILITY

中村 剛[#]

Takeshi Nakamura[#]

Japan Synchrotron Radiation Research Institute

Abstract

Mode-coupling instability, or strong head-tail instability, is the single bunch instability that limits stored bunch current of electron storage rings. The instability is controlled by conventional transverse feedback that controls center-of-mass motion of bunches, and the bunch current reached by the feedback up to several times more. However, the increase of the gain of feedback leads to the instability of feedback itself and further increase of the bunch current is not easy. To overcome this situation, we propose the head-tail feedback that controls head-tail motion of bunches with a head-tail kicker that proposed by the author before, and a head-tail position detector that proposed in this report.

1. はじめに

蓄積リングにおいて、横方向、すなわちベータatron振動を励起するシングルバンチ不安定性はバンチ電流を制限する大きな要素であり、従来、この抑制には、高いクロマティシティがもたらす head-tail 減衰が用いられて来た。しかし、top-up 入射の際には高クロマティシティに伴うダイナミックアパチャの狭小化による入射効率の低下を避けるため、低クロマティシティ運転が必須となっている。この場合、シングルバンチ不安定性のうち、モード結合不安定性 (strong head-tail 不安定性) が顕著となり、発生のしきい値電流の低下が見られる。

これに対して、従来の重心振動のフィードバックを用いて、しきい値電流を、数倍に引き上げていたが[1]、さらなる引き上げはフィードバックゲインの上昇だけでは難しい状況となっている。

これは、モード結合不安定性は、バンチの前方が発生するウェーク場がバンチの後方をキックすることで発生し、そのため、Fig. 1 のように、不安定性は、バンチの前半と後半の振動の位相が異なって振動するが、重心フィードバックでは、前半と後半の位置の平均についてのみの抑制となり、その効率が低減していることに起因する。一方、フィードバックのゲインを上げて抑制効果を高めようとした場合、今度は、フィードバック自体が不安定となり、不安定性抑制の前に、フィードバックがビームの振動を励起する状況に陥る[2]。

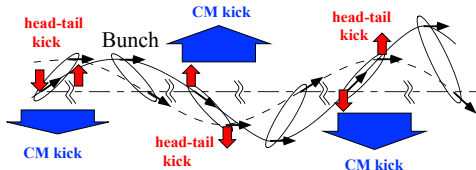


Figure 1: Head-tail motion, center of mass (CM) kick, and head-tail kick.

この状況を乗り越えるため、バンチの前半・後半について、それぞれ異なるキックを与える head-tail フィードバックを提案し、Fig. 2 のように重心振動のフィードバックに加えたシステムを検討する。ここでは、head-tail の文言を、バンチの前半部と後半部で異なるパラメータを持つものという意味で用いている。Head-tail 振動は、バンチの前半部と後半部の相対振動、head-tail キッカーは、バンチの前半部と後半部に異なるキックを与えるキッカーである。

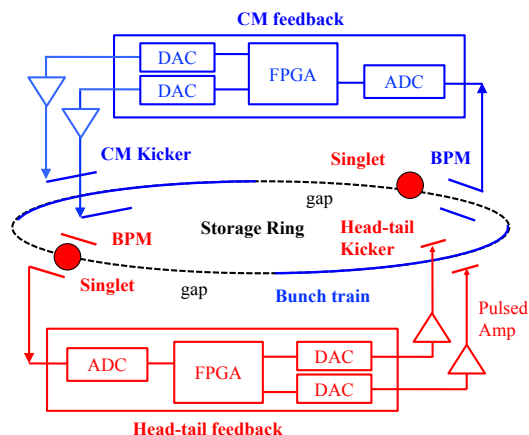


Figure 2: Center-of-mass (CM) feedback and head-tail feedback for hybrid filling.

2. ビームの head-tail 振動の検出

Head-tail 振動、すなわちバンチの前後の傾きを直接観測するための回路を検討する。

議論の簡略化のため Fig. 3 のように、BPM は対向する 2 つの電極 A および B からなるとし、180deg. Hybrid により、電極 A および B からの信号の、和信号 (Fig. 3 の A+B) および差信号 (Fig. 3 の A-B) を得ているとする。

ボタン型ビーム位置モニタ (BPM) 電極からの信号の MAFIA による計算結果を Fig. 4 に示す。計算に用いたバンチ長は $\sigma_0 = 3.3 \text{ ps (r.m.s.)}$ であり、電極構造は、SPring-8 のものを仮定している。この信号を

[#]nakamura@spring8.or.jp

$G(t)$ とし、これ以降に検討するバンチの長さは、 σ_0 と比較して十分に長いことから、 $G(t)$ をグリーン関数として用いる。

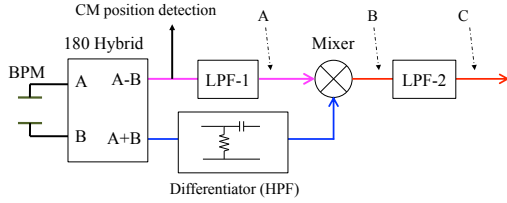


Figure 3: Head-tail motion detection circuit.

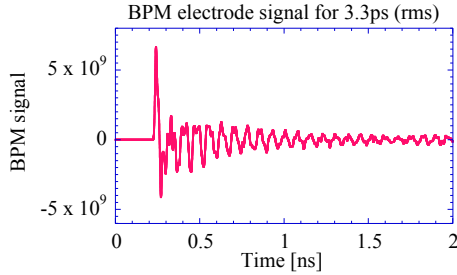


Figure 4: Signal from a BPM electrode for bunch length 3.3ps (r.m.s.).

電極 A, B それぞれからの信号 $S_A(t)$ 、 $S_B(t)$ は、バンチの BPM 通過時間 t でのスライスの平均位置 $x(t)$ と、電荷量 $\rho(t)$ から Fig. 4 のグリーン関数 $G(t)$ を用いて

$$S_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')\rho(t')dt' + \frac{1}{2}D \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')x(t')\rho(t')dt' \quad (1)$$

$$S_B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')\rho(t')dt' - \frac{1}{2}D \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')x(t')\rho(t')dt' \quad (2)$$

と置くことができる。ここで、 D は、電極の配置に依存する定数である。これから、差信号 $S_{Dif}(t) = S_A(t) - S_B(t)$ は、

$$S_{Dif}(t) = D \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')x(t')\rho(t')dt' \quad (3)$$

となる。以降は、この絶対値については議論しないため、 $D=1$ とする。

バンチは、 $x(t) = x_0 + (x_0/\sigma)t$ 、すなわち、重心位置 x_0 をもち、それと同等のスケールのバンチの傾き $(x_0/\sigma)t$ を持つとする。ここで、 σ は $\rho(t)$ の r.m.s. である。このバンチからの $S_{Dif}(t)$ は、

$$S_{Dif}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t') \left(x_0 + \left(\frac{x_0}{\sigma} \right) t' \right) \rho(t') dt' \quad (4)$$

となり、重心位置の項：

$$S_0(t) = x_0 \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')\rho(t')dt' \quad (5)$$

と、傾きの項：

$$S_1(t) = \frac{x_0}{\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')t'\rho(t')dt' \quad (6)$$

の和となる。一方、 $S_0(t)$ の微分 $dS_0(t)/dt$ は、部分積分をもちいて、

$$\frac{dS_0(t)}{dt} = -x_0 \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t') \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \quad (7)$$

となり、 $\rho(t)$ として Gaussian

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

を仮定すると、Eq. (7) は、

$$\frac{dS_0(t)}{dt} = \frac{x_0}{\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')t'\rho(t')dt' \quad (9)$$

となつて、 $dS_0(t)/dt$ は、 $S_1(t)$ に相似であることがわかり、これから、 $S_1(t)$ は、 $S_0(t)$ に比べて高周波成分を持つと期待される。そのため、 $S_1(t)$ の $S_0(t)$ に対する相対強度を大きく取るには、高い周波数での検出が望ましい。しかし、ビームパイプ内の他の場所で発生した余計な電磁波の影響を受けないためには、検出周波数は、ビームパイプの cut-off 周波数以下であることが望ましいので、この cut-off 周波数を特性周波数とする low pass filter (Fig. 3 の LPF-1)通すこととする。ここで、電荷分布 $\rho(t)$ を Gaussian とし、その σ を SPring-8 の 6mA/bunch の時のバンチ長 24ps (r.m.s.)、LPF-1 の特性周波数を SPring-8 での cut-off 周波数 2 GHz とした場合の波形を Fig. 5 に示す。LPF-1 は、波形の乱れを抑えるため、4次のベッセル型としている。

この信号では、 $S_0(t)$ の成分の信号が大きいので、ここから、 $S_1(t)$ の成分を抽出する方法を考える。Figure 3 の 180 deg. Hybrid からの和信号 $S_{Sum}(t) = S_A(t) + S_B(t)$ は、

$$S_{Sum}(t) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} G(t-t')\rho(t')dt' \quad (10)$$

であるので、 $S_0(t)$ に相似となる。これを微分回路 (例えば、RC による 1 次の high pass filter (Fig. 3 の HPF)) に通して微分波形 $dS_0(t)/dt$ を作り、 $S_0(t)$ および $S_1(t)$ のそれぞれと掛け算回路であるミキサーを用いて掛け合わせて Fig. 6 に示す波形 $S_0(t)(dS_0(t)/dt)$ 、 $S_1(t)(dS_0(t)/dt)$ をつくり、これを low pass filter (Fig. 3 の LPF-2、特性周波数 500MHz) に通す

と、Fig. 7の信号($\langle S_0(t)(dS_0(t)/dt) \rangle$, $\langle S_1(t)(dS_0(t)/dt) \rangle$)と記載する)となる。ここでも、LPF-2 は、4次のベッセル型としている。LPF-2 の特性周波数を500MHz としたのは、信号をバンチごとに分離するために、一つのバンチの生成する信号波形がSPRing-8 のバンチ間範囲 $\pm 2ns$ に収めるためであり、バンチ間隔がより長ければ、より低周波の LPF を用いることにより、重心信号をさらに減衰させて傾き信号をより明確に取り出すことが可能となる。

この処理により、 $S_0(t)$ に起因する信号を低減することができる。これは、 $f^2(t \rightarrow \pm\infty) \rightarrow 0$ となる関数に対して、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(t)}{dt} f(t) dt = \frac{1}{2} [f^2(t)]_{-\infty}^{\infty} = 0 \quad (11)$$

となることを用いている。ここで、積分器として用いているのは LPF (Fig. 3 の LPF-2) であるが、積分器としての理想特性を持っているわけではないので、残留信号が生じている；ただし Fig. 6 の波形の積分を取れば 0 となっている。一方、 $S_1(t)$ の波形は前述の通り Gaussian の場合にはちょうど $dS_0(t)/dt$ と相似となるので、ミキサの出力 $S_1(t)(dS_0(t)/dt)$ は自分自身の積となり、積分により 0 でない信号として取り出すことができる。実際のバンチの電荷分布 $\rho(t)$ は、縦方向ウェークによる Potential well distortion により、Gaussian 分布から変形するが、それでも $\langle S_1(t)(dS_0(t)/dt) \rangle$ について 0 でない信号が得られることは期待できる。

重心の信号と傾きの信号の切り分けは、時間の偶奇性が異なることを利用して、フィードバックのタイミングとしてよく用いられている RF クロック信号とのミキシングでも抽出することは可能である。しかし、ミキサへの2つの信号の入力タイミングを高精度で合わせる必要がある一方、RF クロック信号とバンチのタイミングは、バンチのウェーク場によるエネルギー損失や、挿入光源のパラメータ変動による放射損失、RF 加速電圧の変更などによるシンクロナス位相の変動や、残留シンクロトロン振動などによりズレが生じ調整が困難であることが予想される。一方、和信号を用いればタイミングは常に一定となり調整は不要であることが期待される。ただし、RF クロックとは異なり和信号にはバンチ電流依存性が伴うので、その信号レベル、ゲインの補正などを行う必要がある。

こうして得られた Fig. 7 の波形を、フィードバック用信号処理装置の ADC で、ちょうど、位置信号が 0 となり、かつ、傾き信号が最大点に近いタイミングでサンプルすることにより、傾き情報のみが検出可能となる。ここで、ADC のサンプリングタイミングの時間精度は、周波数帯域が低減されている分、ミキサの入力タイミングと比べて許容範囲が数倍、緩和されているので、RF クロックを用いることは可能と考えられる。

また、低エミッタンス化されたリングの場合、それに伴うコンパクションファクターの低減によって、

バンチ長が短くなるが、同時に、強い磁石を用いるためにビームパイプのサイズが小さくなり cut-off 周波数の上昇が見込まれる。たとえば、バンチ長さ 10ps (r.m.s.) に対して、特性周波数 4GHz の LPF-1 を用いた場合を Figs. 8-10 に示す。先程の例と同調に重心位置の信号に比べて相対的に大きな傾き信号が得られている。

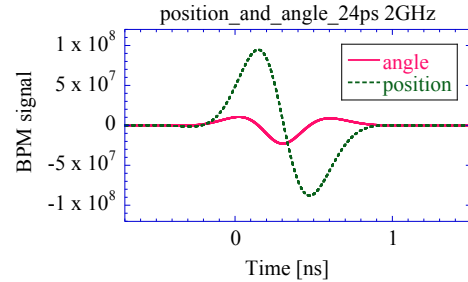


Figure 5: Position and angle (head-tail) signals at “A” in Fig. 3.

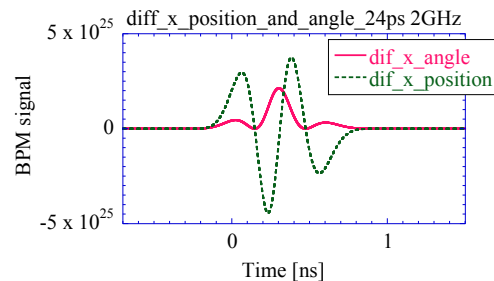


Figure 6: Signals at “B” in Fig. 3; dif_x_position: $S_0(t)dS_0(t)/dt$, dif_x_angle: $S_1(t)dS_0(t)/dt$.

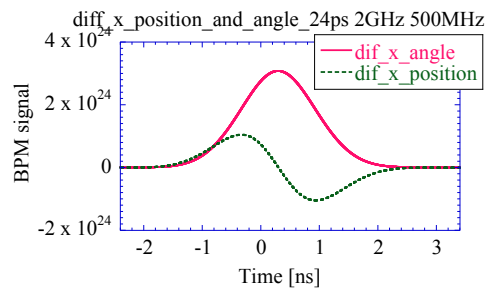


Figure 7: Signal at “C” in Fig. 3; dif_x_position: $\langle S_0(t)dS_0(t)/dt \rangle$, dif_x_angle: $\langle S_1(t)dS_0(t)/dt \rangle$.

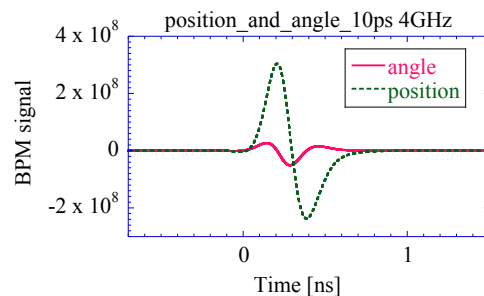


Figure 8: Signal for bunch length 10ps (r.m.s.) with 4GHz LPF-1; corresponding to Fig. 5.

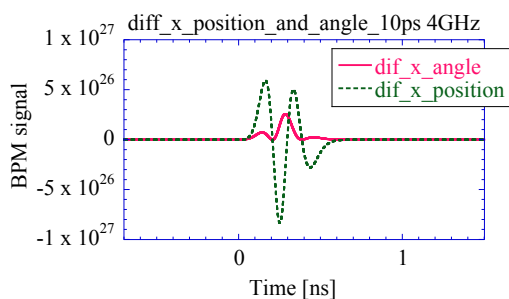


Figure 9: Same as Fig. 8; corresponding to Fig. 6.

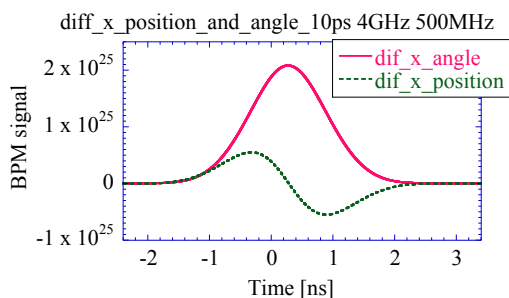


Figure 10: Same as Fig. 8; corresponding to Fig. 7.

3. Head-tail キッカー

次に、バンチの前半部、後半部で、異なるキックを head-tail キッカーは、キックの時間勾配 $dV_K(t)/dt$ が大きい必要があるが、重心へのキックに対して従来から用いられている strip-line 型のキッカーでは、キック力を増強するためにキッカーの長さを伸ばすと、キッカーの時定数が、キッカーの長さに比例して大きくなり、結局、キックの時間勾配を大きくすることはできない。そこで、縦方向キッカーとして SPring-8 で提案した縦方向キッカーの構造 [3] をもとに、Fig. 11 の共振型の head-tail キッカーを提案した[4]。ビーム不安定性が問題となる大電流シングルバンチは、Fig. 2 のように通常、その前後には、バンチが蓄積されていないギャップが設けられるので、このギャップの間に、共振をもちいてキック力をビルドアップし、また、減衰させることとする。このキッカーに対して、入力として単一周期のパルスを用いた場合のキック力の時間変化を Fig. 12 に示す。また、入力を 60 周期としたものを Fig. 13 に示す。単一周期に比べて一桁大きいキック力が得られていることがわかる。ここでは、パワーアンプのパワーと価格のトレードオフから、キャビティの共振周波数を、RF 加速周波数の $2 + 1/3$ 倍の 1.2 GHz としているが、高い周波数で安価なパワーアンプが得られれば、高周波数化により $dV_K(t)/dt$ を稼ぐことも可能と考えられる。

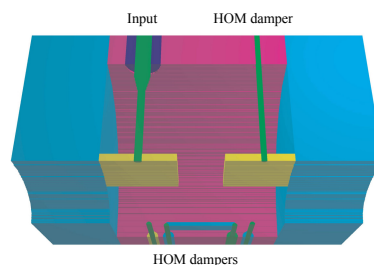


Figure 11: Example of Head-tail kicker [4].

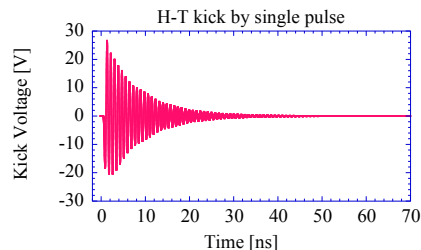


Figure 12: Kick response for single wave of 2W power.

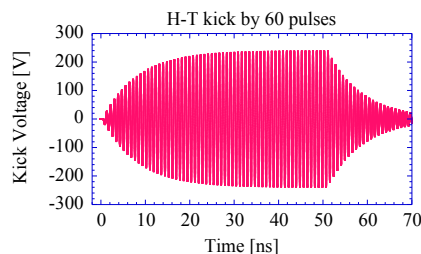


Figure 13: Kick driven by 60 pulse train.

4. 重心振動のフィードバック

4.1 重心振動フィードバック自身の不安定性

SPring-8 蓄積リングを例として、そのウェーク場をもとにした不安定性のシミュレーションを行った。用いたコードは、SPring-8 で開発した SISR [5] である。リングの小数チューンは 0.35、バンチ電流は 6mA である。キッカーでのキックと重心振動との位相差は、 -90 度としている。まず、重心フィードバックの高ゲインによる不安定化について、低バンチ電流領域 (1uA) でウェークが無視できる状況において、フィードバックのゲイン、すなわち期待される減衰時間を短縮していった場合を Fig. 14 に示す。

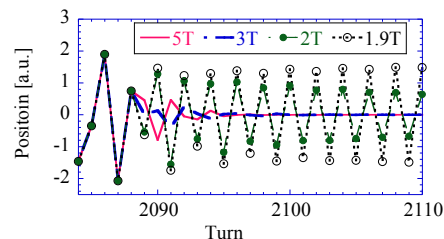


Figure 14: Bunch motion with CM feedback at high gain (shown with damping time). Bunch motions for damping time less than 2T (two turns) shows growth of half-integer like oscillation while original tune is 0.35.

この図で“nT”は、期待される(フィードバックの減衰時間)/(周回時間)が、nターンであることを示している。減衰時間が2T以下となった場合、チューンが0.5の振動が励起され、フィードバック自体が不安定となっていることがわかる [2]。

4.2 重心振動フィードバックでの抑制

重心フィードバックによる不安定性の抑制を試みたのが Fig. 15 となる。フィードバック自身が不安定となる直前(2T)までフィードバックの減衰力を強めても、不安定性は抑制できていない。

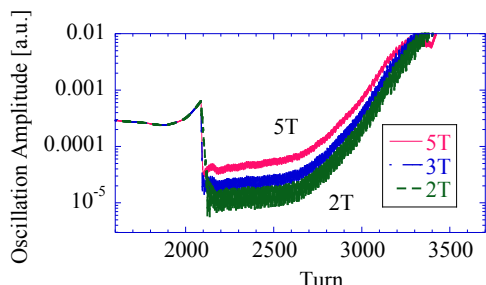


Figure 15: Amplitude growth of bunch motion with CM feedback. Bunch current increases begins at 1670 turn and ends at 3340 turn.

5. 重心振動検出・head-tail キック

5.1 重心振動と head-tail 振動の位相

不安定性が発生している場合には、バンチの重心振動と、傾きの振動が、Fig. 16 のように、ある位相関係にあることが、simulation で判明した。

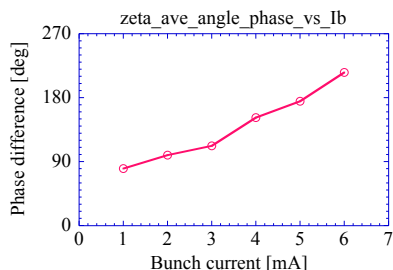


Figure 16: Phase of head-tail oscillation relative to center of mass oscillation.

5.2 重心振動を検出し head-tail キックを与えるフィードバック

Figure 16 の重心振動と head-tail 振動の位相差をもちいて、重心振動を検出し、それをもとに head-tail キックを与えるフィードバックの結果を Fig. 17 に示す。キッカーでの重心振動に対する head-tail キックの位相差は -180 度としている。また、重心振動のフィードバックは減衰時間 10T で同時に可動している。ある程度の抑制効果が見られている。Head-tail キックは、重心振動のキックと同様の計算によるキック力 K 、スライスの前後位置 z 、そのバンチ平均 z_0 を用いて $K(z - z_0)$ としている。

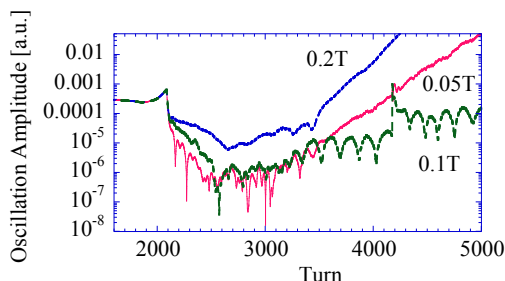


Figure 17: Amplitude growth for CM motion to head-tail kick feedback.

6. head-tail 振動検出・head-tail キック

Figure 3 の head-tail 振動検出系を用いて head-tail 振動から head-tail キックを発生するフィードバックの結果を Fig. 18 に示す。キッカーでの両者の位相差は -90 度としている。重心振動のフィードバックも減衰時間 10T で同時に可動させている。明確な抑制効果が得られていることがわかる。

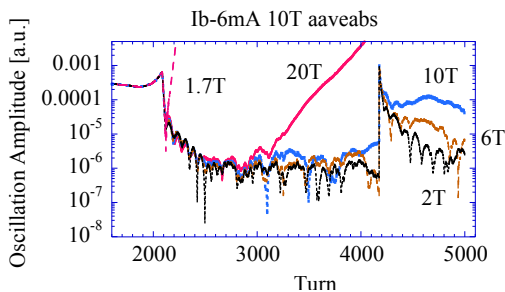


Figure 18: Amplitude growth for head-tail motion to head-tail kick.

7. まとめ

Head-tail 振動のフィードバックによるモード結合不安定性の抑制について、head-tail 振動の検出法、head-tail キッカーを提案し、シミュレーションにより、従来の重心振動だけのフィードバックを超える抑制が示唆された。なお、ここでの議論は、理想的な条件をもとにしたものとなっているため、実際の適用には、さらなる検討が必要と考えられる。

参考文献

- [1] T. Nakamura, K. Kobayashi *et al.*, “Filling of High Current Singlet and Train of low bunch current in SPring-8 Storage Ring”, Proc. of EPAC08, THPC127.
- [2] T. Nakamura, “Transverse and Longitudinal Bunch-by-bunch Feedback for Storage Ring”, Proc. of IPAC18, TUZGBD2.
- [3] T. Nakamura, “Resonant Strip-line Type Longitudinal Kicker”, Proc. of IPAC11, MOPO007.
- [4] T. Nakamura, “Head-tail 不安定性フィードバックを目標とした head-tail キッカーの提案”, Meeting Abstracts of the Physical Society of Japan 70.1(0), 547, 2015.
- [5] T. Nakamura, “SPring-8 でのビーム不安定性シミュレーション”, Workshop SAD2006, KEK (2006); <http://acc-physics.kek.jp/sad/SAD2006/Doc/Slide/Nakamura.pdf>