HMBA 型 3GeV 放射光源における抵抗性インピーダンスの影響

IMPACT OF RESISTIVE-WALL IMPEDANCE ON A 3-GEV LIGHT SOURCE OF HMBA LATTICE

中村典雄^{#, A)} Norio Nakamura ^{#, A)}

A) High Energy Accelerator Research Organization

Abstract

Impact of resistive-wall (RW) impedance on a 3-GeV storage-ring light source of HMBA (Hybrid Multi-Bend Achromat) lattice is presented. Cu sheets (or Cu platings) used for small-gap undulators are regarded as a main source of the RW impedance. Although the calculated heating power due to the longitudinal impedance is much larger than that of the PF ring because of the short bunch length, it is not serious in normal multi-bunch operation. The maximum growth rates of the multi-bunch instabilities caused by the transverse impedance are calculated as functions of vertical betatron tune and chromaticity and as a result, a feedback kicker with the maximum damping rate of more than $10^4 \, \text{s}^{-1}$ is needed for the instability suppression. The thickness of the Cu sheet (or Cu plating) that can effectively reduce the RW impedance is also estimated. NEG coating of about 1 μ m or less is usable for Cu sheets (or Cu platings) of small-gap undulators because increase of the heating power due to the longitudinal impedance of the NEG coating is small and effects of the transverse impedance on the multi-bunch instabilities are negligible.

1. はじめに

HMBA(Hybrid Multi-Bend Achromat)ラティスを用いた極低エミッタンス放射光リングの設計が世界的に検討されている中、日本でも 3GeV の HMBA 放射光源の設計研究が進められている[1]。この光源は HMBA ラティス 20 セルで構成され、自然エミッタンス約 130 pm·rad を持つとともに、各セルに挿入光源用の長直線部と短直線部を持つことで最大で 40 本のビームラインを建設することができる。挿入光源の最小ギャップはできる限り小さいことが利用可能な光子エネルギーの観点から望ましいが、抵抗性インピーダンスが大きくなるので、それによる発熱やビーム不安定性に注意する必要がある。ここでは、この HMBA リングにおける挿入光源の最小ギャップによる抵抗性インピーダンスによって生じる発熱と多バンチビーム不安定性の影響を評価した結果を報告する。

2. HMBA 型 3GeV 放射光リング

設計研究されているHMBAラティスを用いた3GeV極低エミッタンスリングのオプティクス(1セル)をFigure 1に示す。1つのセルに5m級長直線部と1m級短直線部を有している。1m級短直線部には真空封止型の小ギャップアンジュレータが主に設置される。5m級長直線部にも多くの小ギャップアンジュレータが設置される可能性がある。KEKのPFリングと比べると、小ギャップアンジュレータの数や長さが増え、設置される場所の垂直方向のベータトロン関数もPFリングよりもやや大きくなる。その結果、横方向の抵抗性インピーダンス(Resistive-wall impedance)によるビーム不安定性が格段に生じやすくなるとともに、バンチ長が短くなるために同じアンジュレータギャップであっても縦方向の抵抗性インピーダンスによる発熱量も増加する。従って、アンジュレータの抵抗性イン

ピーダンスによるビーム不安定性や発熱への影響を評価することが必要不可欠である。

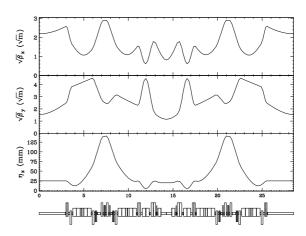


Figure 1: Optics of 1-cell HMBA lattice.

3. 縦方向抵抗性インピーダンスによる発熱

真空封止アンジュレータではインピーダンスを下げるために銅シートで磁石列をRF 遮蔽している。この銅シートによる縦方向抵抗性インピーダンスによって生じる発熱の影響を評価する。単位バンチ電荷当りのウェーク場によるエネルギー損失 k_{loss} はロスファクタと呼ばれ、単位長さ当りではバンチ内での電子分布 $\rho(z)$ と縦方向のウェーク場 $W_{\ell}(z)$ あるいはインピーダンス $Z_{\ell}(\omega)$ を用いて次のように書ける。

$$k_{loss} = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \rho(z') \int_{z'}^{\infty} dz \, \rho(z) W_{\ell}(z'-z)$$

$$= \frac{1}{2\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \tilde{\rho}(\omega) \right|^{2} \operatorname{Re} \{ Z_{\ell}(\omega) \} \, d\omega$$
(1)

[#] norio.nakamura@kek.jp

ここで、Lは銅シートの長さで、

$$\tilde{\rho}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z) e^{-i\omega z/c} dz \tag{2}$$

である。Re{}は、{}内の量の実数部を意味する。銅シートの銅の厚みが十分厚いと仮定し、形状を円形で近似する。そのとき、長さLの縦方向の抵抗性インピーダンスはここで問題としている周波数領域では

$$Z_{\ell}(\omega) = \frac{\omega Z_0 L}{4\pi bc} \sqrt{\frac{2}{\sigma_c \mu_0 |\omega|}} \{ \operatorname{sgn}(\omega) - i \}$$
 (3)

と近似できる。ここで、b, σ_c , μ_0 , \Box_0 は真空封止アンジュレータのギャップ g_u の半値 ($b=g_u/2$)、銅の電気伝導率、真空の透磁率とインピーダンスである。また、sgn() は()内の値の符号が負ならば-1、正ならば+1 をとる。縦方向の抵抗性インピーダンスはアンジュレータのギャップ g_u と電気伝導率の平方根に反比例する。バンチの分布形状をその標準偏差をバンチ長 σ_c とするガウス分布とすると、

$$\rho(z) = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_t}} e^{\frac{c^2 z^2}{2\sigma_t^2}} \tag{4}$$

$$\tilde{\rho}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sigma_1^2 \omega^2}{2}} \tag{5}$$

となる。このとき、ロスファクタは、

$$k_{loss} = \frac{Z_0}{8\pi^2 bc} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \sqrt{\frac{2}{\sigma_c \mu_0}} \sigma_t^{-1.5}$$

$$= \frac{6.38 \times 10^{12}}{g_u [mm] (\sigma_t [ps])^{1.5}} (g_u = 2b)$$
(6)

と表せる。ビームによる発熱量 P_{RW} はロスファクタを使って次のようになる。

$$P_{RW} = k_{loss} Q_b^2 f_b L = \frac{k_{loss} I_{total}^2 L}{f_c}$$
 (7)

ここで、 f_b 、 Q_b はバンチ繰り返し周波数、バンチ電荷である。バンチのフィルパターンは等間隔で全 RF バケットを同じ電荷(電流)で満たすものとする。このときのバンチの繰り返し周波数(RF 周波数)と全蓄積電流 I_{total} =500mA を考えると、単位長さ当りのビームによる発熱量は、バンチ長 σ =11ps を仮定してギャップ 4mm と6mm に対して計算すると、

$$P_{RW}/L = 14.6[W/m](g_u = 6mm)$$

= 21.9[W/m](g_u = 4mm) (8)

となる。比較のためにPFリングの真空封止アンジュレータでの単位長さ当りの発熱量をバンチ長の=32psとして最小ギャップ 4mm に対して計算すると3.5W/mとなるので、新リングでの発熱量はPFと比べるとかなり大きくなることがわかる。PFリングでは通常のマルチバンチ運転の他にハイブリッドモードでの運転(1つのバンチに50mA、残り400mAをリング半分のバンチに等しく入れる)も行っていて、その場合の発熱量は10W/m程度と評価されるので、新リングでのマルチバンチの発熱でも現状の真空封止アンジュレータシステムでおよそ対応できるものと考えている。しかし、新リングでハイブリッド

モードのようなバンチ電荷(電流)の大きい運転を 考える場合は式(7)からさらに発熱量が大きくなるの で、冷却系の改善などを何らかの検討をする必要が 出てくるかもしれない。

4. 横方向抵抗性インピーダンスによるバン チ結合型ビーム不安定性

真空封止アンジュレータの磁石列遮蔽用銅シートの抵抗性インピーダンスによって生じる横方向のバンチ結合型ビーム不安定性について考える。長さLの横方向の抵抗性インピーダンスは式(3)と同様に銅が十分厚く形状を円形で近似すると、ここで問題としている周波数領域では

$$Z_{t}(\omega) = \frac{Z_{0}L}{2\pi b^{3}} \sqrt{\frac{2}{\sigma_{c}\mu_{0}|\omega|}} \left\{ \operatorname{sgn}(\omega) - i \right\}$$
 (9)

と近似できる。アンジュレータのギャップ gu と銅シート間 のギャップは同じとする(実際はシートの厚み分を引く必 要がある)。前章と同様にバンチのフィルパターンは等間 隔で全 RF バケットを同じ電荷(電流)で満たすものとす る。ある蓄積電流閾値を越えるとバンチ同士は抵抗性イ ンピーダンスによって結合して振動する。バンチ間の振 動モード $(\mu = 0, 1, ..., k_b-1)$ はバネでつながれた質点の 連成振動のように、バンチの数 k, だけ存在する。一方で、 もう1つはバンチ内での振動の種類を表すモード数 a(a= 0, 1, 2, ...) がある。 a=0 はバンチの重心のベータトロン振 動である。a=1 はバンチの頭と尾が横方向に互い違いに 振動するモードである。a=2 以降はさらに高次のシンクロ トロン振動が加わってさらに複雑な振動になる。通常は、 最低次a=0を考えれば良いが、クロマティシティが大きい と高次モードの成長率も増大するので注意が必要である。 本光源リングの目標となる全蓄積電流 *L*=500mA におけ る全振動モードの中で最大の成長率を求めてビーム不 安定性を評価する。下記に振動モード(µ, a)での成長率 $g_{\mu a}^{t}$ の式を示す[2]。

$$g_{\mu,a}^{t} = -\frac{eI_{total}f_{0}\beta_{t}}{2E} \cdot \frac{\left(c\sigma_{t}/R\right)^{2a}}{2^{a}a!} \cdot \operatorname{Re}\left[Z_{t}\right]_{eff}^{\mu,a}$$
(10)

$$[Z_{t}]_{eff}^{\mu,a} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\omega_{p}^{t} - a\omega_{s} - \omega_{\xi}}{\omega_{0}} \right)^{2a} \times \exp \left\{ -\left(\frac{\omega_{p}^{t} - a\omega_{s} - \omega_{\xi}}{\omega_{0}} \right)^{2} \left(c\sigma_{t}/R \right)^{2} \right\} \cdot Z_{t} \left(\omega_{p}^{t} \right)$$
(11)

$$\omega_p^t = (pk_b + \mu + \nu_t + a\nu_s)\omega_0, \quad \omega_{\xi} = \omega_0 \xi/\alpha,$$

$$\omega_s = \nu_s \omega_0, \quad \omega_0 = 2\pi f_0$$
(12)

ここで、E, R, f_0 , k_b , I_{total} , v_t , v_s , β_t , α , ξ , σ_t , b, σ_c , μ_0 , \square_0 は、ビームエネルギー、リングの平均半径、周回周波数、バンチ数、全蓄積電流、ベータトロンチューン、シンクロトロンチューン、アンジュレータでのベータトロン関数、モーメンタムコンパクション因子、クロマティシティ、バンチ長、真空封止アンジュレータのギャップ半値、アンジュレータ磁石用銅シートの電気伝導率、真空の透磁率とインピーダンスである。この成長率が正値で大きいとその振動

モードのビーム不安定性が起こりやすく、負の場合は減衰して起こらない。また、この成長率が正でも、リングの放射減衰率より小さければビーム不安定性は生じない。今回の計算では全蓄積電流を I_{total} =500mA とし、バンチ数としてはハーモニック数を考える (k_b =952)。バンチ電流は I_b =500mA/952=0.525mA となる。

Figure 2 に L=5m の長直線部アンジュレータ、Figure 3 に L=1m の短直線部アンジュレータに対する抵抗性インピーダンスによるビーム不安定性の振動モード中最大の成長率を垂直方向のベータトロンチューンの関数として示す。アンジュレータギャップ g_u =4mm と 6mm の2つの場合について計算した。ただし、最低次 (a=0) のモードのみである(それより高次のモードの成長率はリングの放射減衰率 26s-1 に比べて無視できるほど小さい)。

図からわかるように、最大成長率はベータトロンチュー ンの小数部の値とともに大きくなり、ギャップが 4mm と 6mm では 4mm の方がギャップ値の 3 乗の比(=3.375) だけ大きくなる。これは、式(10)のインピーダンスの表記 からもわかる。また、L=5m の長直線部アンジュレータの 方が L=1m の短直線部アンジュレータに比べて長さが長 くベータトロン関数もやや大きいために、最大成長率が1 桁以上大きいことがわかる。現状のベータトロンチューン $\nu=17.62$ の場合、 $g_{\nu}=4$ mm で成長率はそれぞれ 784 s⁻¹、 67 s⁻¹になり、1 台でもリングの放射減衰率 28 s⁻¹より大き い。この HMBA 型 3GeV リングで設置可能なアンジュ レータは最大 20 台になるので、全合計で最大約 17000 s-1 の不安定性の成長率になる。リングの放射減衰率だ けでは安定化されないので、成長率を下げるか何らかの 減衰機構が必要になる。これに対して、PF リングのアン ジュレータの抵抗性インピーダンスによる不安定性の成 長率を計算すると、放射減衰率 128 s-1 以下でビーム不 安定性は生じないという結果になる。

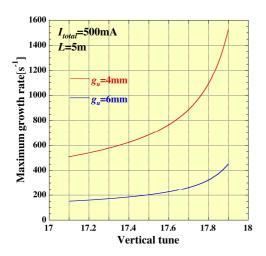


Figure 2: Maximum growth rate of the multi-bunch resistive-wall transverse instability (a=0) due to the Cu sheet of a 5-m undulator with the magnetic gap of 4 mm and 6 mm at the long straight section as a function of vertical betatron tune.

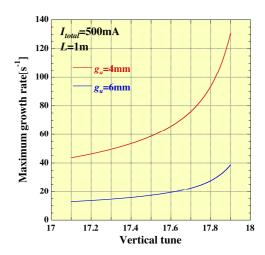


Figure 3: Maximum growth rate of the multi-bunch resistive-wall transverse instability (a=0) due to the Cu sheet of a 1-m undulator with the magnetic gap of 4 mm and 6 mm at the short straight section as a function of vertical betatron tune.

次にクロマティシティを変えて最大成長率の変化をみる。垂直方向のベータトロンチューンは 17.62 に固定する。Figure 4 と Figure 5 に L=5m の長直線部アンジュレータ、L=1m の短直線部アンジュレータに対する抵抗性インピーダンスによるビーム不安定性の垂直方向の最大の成長率(a=0,1)をクロマティシティの関数として示す。ここでも、アンジュレータギャップは $g_u=4$ mm と 6mm の場合について計算している。

図に示すように、垂直方向のクロマティシティをゼロか ら正に上げることで最低次のモード(a=0)のビーム不安 定性の成長率をある程度下げることができる。ただし、そ の一方で高次のモード(a=1)が逆に成長してくることが わかる。また、クロマティシティをあげることでダイナミック アパーチャを下げたり、他の不安定性を引き起こしたりす る可能性もある。従って、確実にビーム不安定性を抑え るためにはフィードバックキッカーをリングに設置して振 動を減衰させることが必須となる。このフィードバックキッ カーの減衰率としては、ビーム不安定性の成長率を考え ると最大で 10⁴ s⁻¹ を上回るものを用意しておく必要があ る。PF リングでは現在イオン捕獲によるビーム不安定性 の安定化のために 104 s⁻¹程度の減衰率を有するフィード バックキッカー[3]を使用しており、これを改良することで 本リングにも十分対応できるシステムが構築できるものと 考えている。世界的にも最近の高輝度光源リングでは、 同じような最小ギャップと長さを持つアンジュレータの設 置が考えられていて、ビーム不安定性に対して同様な対 策が検討されている。

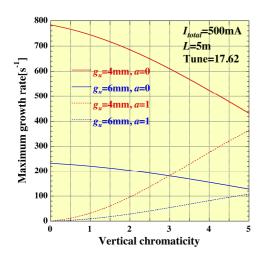


Figure 4: Maximum growth rate of the multi-bunch resistive-wall transverse instability (a=0, 1) due to the Cu sheet of a 5-m undulator with the magnetic gap of 4 mm and 6 mm at the long straight section as a function of vertical chromaticity.

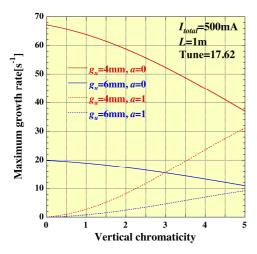


Figure 5: Maximum growth rate of the multi-bunch resistive-wall transverse instability (a=0, 1) due to the Cusheet of a 1-m undulator with the magnetic gap of 4 mm and 6 mm at the short straight section as a function of vertical chromaticity.

5. 真空封止アンジュレータ銅シートの厚み

繰り返しになるが、真空封止アンジュレータではその磁石列の構造や材質によるインピーダンスの発生を防ぐために電気伝導率の良い銅シートで遮蔽している。銅シートの内側(磁石側)には磁石にくっつけるためにニッケルの層がある。銅シートの銅の厚みが十分ではないと、ビームによってニッケルやさらにその内側にあるアンジュレータ磁石のインピーダンスの影響が加わることになり、ビーム不安定性や発熱が大きくなる可能性がある。真空封止ではないアンジュレータでもステンレスなどの真空チェンバー内壁に銅メッキする場合にそのメッキ厚が薄いと同様の結果になる[4]。そこで、銅シート(あるいは銅メッキ)に必要となる厚みについてここで考察する。直接

に 2 層の種類の異なる金属による縦方向及び横方向の 抵抗性インピーダンスを求めて評価する方法[5]もあるが、 ここでは簡単に表皮深さ(skin depth)から必要な厚みを 見積もることにする。

式(1)のロスファクタは、バンチ形状をガウス分布とすると式(5)から

$$k_{loss} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \text{Re} \{ Z_{\ell}^{eff}(\omega) \} d\omega$$

$$Z_{\ell}^{eff}(\omega) = Z_{\ell}(\omega) \exp \{ -(\sigma_{\ell}\omega)^{2} \}$$
(13)

と書ける。ここで、式(13)のバンチ形状の効果を含む実効的なインピーダンス Z ((ω))は、角周波数がバンチ長程度にまで上がるとバンチ長の影響で急激に減少し始めることになる。リングのバンチ長は 10-50ps 程度なので、それに対応する周波数 5-16GHz がカットオフ周波数になる。従って、それよりも十分に低い周波数に対応する表皮深さを銅の厚みとすれば、式(3)をインピーダンスの式として使うことができる。表皮深さは、

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\sigma_c \mu_0 |\omega|}} \tag{14}$$

と表される。銅の場合、2μm の表皮深さに対応する周波 数が約1GHz なので、数μm 以下の銅の厚みでも十分に 遮蔽できることがわかる。

次に横方向のインピーダンスによるビーム不安定性に ついて考える。式(9)よりインピーダンスは縦方向とは異 なり、今度は低周波数で増大する。式(11)の級数項の中 で正の最大値を与えるようなω,がビーム不安定性の最 大成長率に最も寄与するが、それは ω_n^t が1からベータト ロンチューンの小数部 Δv を引いた値に周回角周波数 ω を掛けた値 (1-Δν)ω になる場合に相当する。ベータトロ ン振動の整数共鳴を避けてベータトロンチューンの小数 部の範囲をΔν=0.1-0.9 とすると、リングの周回周波数 fa (約 525kHz)に対してそれらに対応する周波数は(1- Δv_t) f_0 =474-53kHz になる。式(14)から Δv_t =0.1-0.9 に対応 する表皮深さは 95-286µm であるので、式(9)が有効でイ ンピーダンスをその値以上に増大させないためには、 ベータトロンチューンの小数部Ди に依存して銅の厚み を 95-286µm あるいはそれ以上に厚くする必要がある。 こ れはアンジュレータの最小ギャップと比べて無視できる ほど小さくない。他方、ベータトロンチューンの小数部 $\Delta \nu$ が小さいとビーム不安定性の成長率が小さく、必要 な銅の厚みも小さくて済むことをオプティクスの設計や チューンの選択において考慮すべきである。

6. NEG コーティングの影響

HMBA リングのような次世代放射光リングではビームパイプのアパーチャが狭くなるために、パイプ内側にNEG コーティングを施して超高真空を早期に実現することが考えられている。ここでは、NEG コーティングを真空封止アンジュレータの銅シート(あるいはアンジュレータ用真空チェンバーの銅メッキ)に施した場合の発熱やビーム不安定性への影響を評価した。

発熱に関しては直接に2層の金属による縦方向抵抗性インピーダンス[5]を正確に求めて計算した。ここで、銅の厚みは十分厚く、表皮深さ以上あるものとした。Figure

6に NEG コーティング (厚み d=0, 1, 10 μm の場合)した ギャップ 4mm の銅シート(直径 4mm の丸パイプで近似) の単位長さ当りのインピーダンスを計算した結果を示す。 破線は式(3)で与えられる銅及びNEGパイプの縦方向イ ンピーダンスの近似式(conventional expression)である。 ここで、使用される NEG の電気伝導度を 10⁶[Ω⁻¹m⁻¹]と仮 定した。このように計算したインピーダンスから、バンチ長 σ=10psを仮定することで式(13)からロスファクタ値を求め て、式(7)から発熱量を計算した。Figure 7 に NEG コー ティング厚の関数として計算した単位長さ当りの発熱量 (パワー)を示す。図からわかるように、NEG コーティング 厚 0-10um に依存して、発熱量は 25-200W と変化する。 厚みが lum を越えると急に発熱量が大きくなることがわ かる。NEG コーティング厚 1μm 以下であれば、コーティ ングなしと大きな差はなく、NEG の利用が可能であると 言える。一方で、厚みが10µm付近では、NEGの表皮深 さとの関係から発熱量はほとんど飽和する。

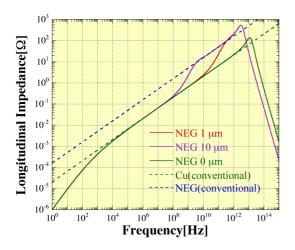


Figure 6: Longitudinal impedance per unit length of NEG-coated Cu pipe with a 4mm diameter shown by solid lines. The broken lines show the conventional expressions of pure Cu and NEG pipes with the same diameter.

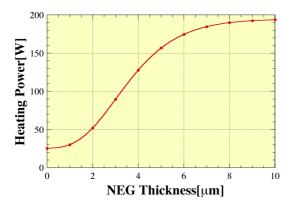


Figure 7: Heating power of NEG-coated Cu pipe with the length of 1 m and the diameter of 4 mm as a function of NEG thickness.

横方向インピーダンスによる多バンチビーム不安定性については、前章と同じように簡単に表皮深さから評価できる。表皮深さが NEG コーティング厚となるような周波数を考えると、NEG コーティング厚 1-10μm では 2.53-253GHz となるので、これは、抵抗性インピーダンスの横方向ビーム不安定性の最大成長率を主に支配する低い周波数帯(リングの周回周波数 0.525MHz 以下)に比べて十分に高い。即ち、NEG コーティング厚 1-10μm では横方向のインピーダンスは無視できて、純粋な銅シートのインピーダンスと同じとみなして成長率を計算して良い。従って、この範囲のコーティング厚であれば、4章での最大成長率の結果を変えるものではないと結論できる。

7. まとめ

設計中のHMBA型3GeV極低エミッタンス放射光リン グにおいて、真空封止アンジュレータの RF 遮蔽用銅 シートの縦方向抵抗性インピーダンスによる発熱パワー と横方向抵抗性インピーダンスによる多バンチビーム不 安定性の成長率を計算してその影響を評価した。このリ ングのアンジュレータで発生する発熱量は PF リングに比 べて大きいが、通常の多バンチ運転モードでは現状の 真空封止アンジュレータでおよそ対応できそうである。た だし、ハイブリッドモードのような高いバンチ電流を求め る場合は何らかの改善が必要になるかもしれない。横方 向抵抗性インピーダンスによる多バンチビーム不安定性 の最大成長率は104s-1を上回る可能性もあるが、現在の フィードバックシステムの技術で対応できる範囲である。 真空封止アンジュレータの銅シートやアンジュレータ用 真空チェンバーの銅メッキの厚みは、銅による十分な RF 遮蔽を行うのであれば、ベータトロンチューンに依存して 約 100μm あるいはそれ以上が必要になる。NEG コー ティングの影響では、バンチ長 10ps に対して厚み 1μm 程度以下であれば発熱や横方向の多バンチビーム不安 定性への影響は小さく、NEG を利用できる可能性はある。

今後の課題は、バンチ電流が大きい運転モードを考えた場合の単バンチビーム不安定性などの評価や対策になる。

謝辞

HMBA型3GeV光源リングのパラメータ及び計算や評価に必要な情報を提供していただいた高エネルギー加速器研究機構・加速器研究施設・加速器第七研究系のメンバーに深く感謝致します。

参考文献

- [1] K. Harada *et al.*, Proc. of IPAC2016, Busan, Korea, to be published; K. Harada *et al.*, these proceedings.
- [2] M. S. Zisman, S. Chattopadhyay and J. J. Bisognano, LBL-21270/UC28, 1986.
- [3] R. Takai et al., Proc. of DIPAC2009, Basel, Switzerland, pp.59-61 (2009).
- [4] N. Nakamura *et al.*, Proc. of EPAC1998, Stockholm, Sweden, pp.984-986 (1998).
- [5] N. Nakamura, Proc. of ERL2009, Ithaca, New York, USA, pp.85-89 (2009).