

観測の観点からみたエッジ放射の一般的特性についての検討

INVESTIGATION OF GENERAL PROPERTIES OF EDGE RADIATION IN VIEWPOINT OF OBSERVATION

江田茂^{#,A)}, 高林雄一^{A)}, 金安達夫^{A)}, 岩崎能尊^{A)}

Shigeru Koda^{#,A)}, Yuichi Takabayashi^{A)}, Tatsuo Kaneyasu^{A)}, Yoshitaka Iwasaki^{A)}

^{A)} Saga Light Source, Tosu, Saga 841-0005, Japan

Abstract

Edge radiation is a kind of long wavelength radiation due to high energy electron passing through a straight section between two bending magnets. For observation wavelength λ , there is a characteristic scale of $\lambda\gamma^2$ at the straight section length. Using the characteristic scale, elementary properties of edge radiation are investigated in wavelength regions of visible, infrared and THz at practical straight section length of electron accelerators with beam energy of 0.1-10 GeV.

1. はじめに

エッジ放射は、二つの偏向磁石に挟まれた直線部を高エネルギー電子が通過する際に放射される長波長の光である。偏向電磁石による放射光が長波長極限において波長の3乗根に比例して広がり角が増大するのは対照的にエッジ放射はその放射角が $\sim 1/\gamma$ rad 領域に集中する。非常に単純な磁石配置にもかかわらず長波長域において高い輝度を持つ興味深い放射現象であり、赤外ビームライン、ビームモニターへの応用等様々な議論が行われてきた[1-4]。100MeV から数 GeV 程度の電子加速器の長さ数メートル程度の直線部においては、THz から可視の領域でエッジ放射発生の条件が成立しており、エッジ放射は、この領域で一般的な放射現象と考えられる。既存の中高エネルギーの電子加速器のエネルギー範囲において観測実験を目的として、エッジ放射の基礎的性質を整理、検討した。

Paraxial 近似[5]に基づく、エッジ放射は偏向磁石端部からの放射ではなく、偏向磁石間の直線区間から放射されると解釈される。エッジ放射の空間分布は簡便な解析式によって表すことが出来、観測波長 λ に対して固有のスケール $\lambda\gamma^2$ を持っている。このスケールに対して、電子の通過する直線部長さの大小が放射特性を特徴づける。本報告では、この固有スケールの観点から 0.1~10GeV の既設中高エネルギー電子加速器におけるエッジ放射の基礎的特性を THz~可視の波長領域において検討する。また、観測上の制約、制限について理論的、実験的観点から検討し、現実の加速器における、エッジ放射の観測可能性及び SAGA-LS 蓄積リングにおける実際の観測結果について議論する。

2. エッジ放射一般論

2.1 Paraxial 近似

単一電子によるエッジ放射定式化のため、長軸(z 軸)方向を運動する相対論的電子からの一般的な放射を Geloni らの paraxial 近似[5]に基づいて示す。Helmholtz 方程式から角振動数 ω の電場は SI 単位系においては

一般に

$$c^2 \nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \vec{E} = \frac{c^2}{\epsilon} \nabla \bar{\rho} - c^2 \mu i \omega \vec{j} \quad (1)$$

と与えられる。ここで \vec{E} 、 ω 、 c 、 $\bar{\rho}$ 、 \vec{j} 、 μ 、 ϵ はそれぞれ角振動数 ω の電場成分、光速、電荷の角振動数 ω のフーリエ成分、電流密度の角振動数 ω のフーリエ成分、真空の誘磁率、真空の誘電率である。Paraxial 近似は以下を仮定する。

- (1) 電場 transverse 成分の z 方向への変化は小さい ($\partial/\partial z \ll 1$)。
- (2) 点電荷の速度を光速で近似 ($v=c$)。

ここで観測位置 z において観測される電場 \vec{E} の transverse 成分を $\vec{E}_\perp = (E_x, E_y)$ として、位相因子をかけた電場 $\vec{E} = \vec{E}_\perp \exp(-iaz/c)$ とおけば、(1)式からこの電場 \vec{E} は

$$\left(\nabla_\perp^2 + \frac{2i\omega}{c} \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{E} = \frac{e}{\epsilon c} \exp \left[i\omega \left(\frac{s(z)}{v} - \frac{z}{c} \right) \right] \left[\frac{i\omega}{c^2} \vec{v}_\perp(z) - \bar{\nabla}_\perp \right] \delta(\vec{r} - \vec{r}_0(z)) \quad (2)$$

を満たす。ここで ∇_\perp は transverse 成分の偏微分 ($\partial/\partial x + \partial/\partial y$) を意味する。この電場 \vec{E} の一般解は観測位置 z が十分遠方である場合、z 軸に対する観測角を θ とすると

$$\vec{E} = -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon c^2 z} \int_{-\infty}^z dz' \left\{ \frac{\vec{v}_\perp(z')}{c} - \bar{\theta} \right\} \exp \left[i\omega \int_0^z \frac{d\bar{z}}{2\gamma^2(\bar{z})c} + \frac{i\omega}{2c} (z\theta^2 - 2\bar{\theta} \cdot \vec{r}_0(z') + z'\theta^2) \right] \quad (3)$$

で与えられる。ここで v_\perp は電子の運動速度の

[#] koda@saga-ls.jp

transverse 成分、 \vec{r}_0 は電子軌道の transverse 成分、 γ_z はローレンツ因子の z 軸射影成分である。この電場によって位置 z で観測される角振動数、立体角当りの放射エネルギー[J・sec/str]は一般に

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{z^2}{\pi\mu c} \left| \vec{E}(\omega) \right|^2 \quad (4)$$

で与えられる。これから単一電子に対する観測距離 z での 0.1% バンド幅、単位面積あたりの放射強度 f [photons/sec/0.1% b.w./mm²]は

$$f = 10^{-9} \frac{2\pi}{hz^2} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \quad (5)$$

で与えられる。

2.2 エッジ放射

エッジ放射の観測モデルを Figure 1 に示す。ローレンツ因子 γ の電子が二つの偏向磁石に挟まれた長さ L の直線部を通過する際に放射されるエッジ放射を観測位置 z において観測角 θ で観測している状況を示している。観測位置は直線部から十分遠方で、偏向磁石はハードエッジであると仮定する。

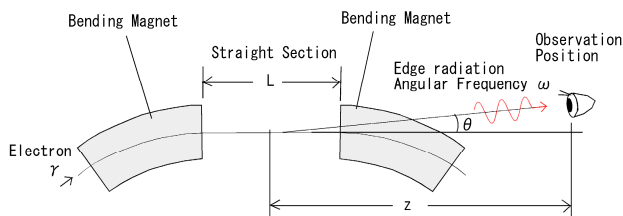


Figure 1: Observation model of edge radiation.

この時、観測される電場を paraxial 近似で考える。この近似の一般解である電場は(3)式右辺で示されているように長軸方向の積分として表されている。これは観測される電場が長軸方向の積分区間毎の寄与に分解できることを意味しており、Figure1 で示されたモデルでは電界を上流偏向部、直線部、下流偏向部それぞれの区間の部分積分 E_1, E_s, E_2 の和すなわち

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_s + \vec{E}_2 \quad (6)$$

と表現できる。大きく軌道を偏向させる偏向磁石部の積分 E_1, E_2 は(3)式の位相項の変化が激しく積分は非常に小さくなり無視でき、結局電場の寄与は直線部のみになる[5]。直線部は(3)式において $\vec{r}_0 = \vec{0}$, $\gamma_z = \gamma$ を意味する。これを計算すると(3)式の電場は

$$\vec{E} \approx \frac{ie}{\pi\epsilon cz} \exp\left[\frac{i\omega\theta^2 z}{2c}\right] \vec{\theta} \frac{1}{\left(\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2}\right)} \sin\left[\frac{\omega L}{4c} \left(\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2}\right)\right] \quad (7)$$

となる。これにより(5)式の放射強度[photons/sec/0.1% b.w./mm²]は

$$f = \frac{2 \times 10^{-9} e^2}{\pi^2 \epsilon h c z^2} \frac{\theta^2}{\left(\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2}\right)^2} \sin^2\left[\frac{L\omega}{4c} \left(\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2}\right)\right] \quad (8)$$

となる。(7)式からエッジ放射が radial 放射であることがわかる。(8)式は単一電子のエッジ放射が長軸($\theta=0$)を中心とする同心円状の強度分布を持ち、そのピークはおおよそ $\theta \sim 1/\gamma$ rad 程度のところにあることを示している。また(8)式は、直線部長さ L が放射分布の同心円構造の動径方向の周期を決める一方で、電場の振幅には無関係であることを示している。(8)式において放射強度が最大となる観測角、直線部長さの条件は

$$\theta = \frac{1}{\gamma}, \quad L = \frac{1}{2} \lambda \gamma^2 \quad (9)$$

である。

2.3 直線部長さによるエッジ放射の分類

エッジ放射の強度が強い観測角 $\theta = 1/\gamma$ 付近での放射強度の直線部長さ L に対する依存性を考える。(4),(7)式より放射エネルギーは $\theta = 1/\gamma$ において

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \gamma^2}{4\pi^3 \epsilon c} \sin^2\left[\frac{\pi L}{\lambda \gamma^2}\right] \quad (10)$$

である。(10)式における直線部長さ L に対する放射強度依存性を Figure 2 に示す。図からわかるように放射強度は、直線部長さをゼロから増大させた場合、 $L = \lambda \gamma^2 / 2$ で最大となり、長さ周期 $\lambda \gamma^2$ で放射強度が振動する。(10)式の \sin 項において $\lambda \gamma^2$ がこの振動の固有スケールを与えており、放射の性質は直線部長さ L とこの固有スケールとの大小関係によって分けられる。

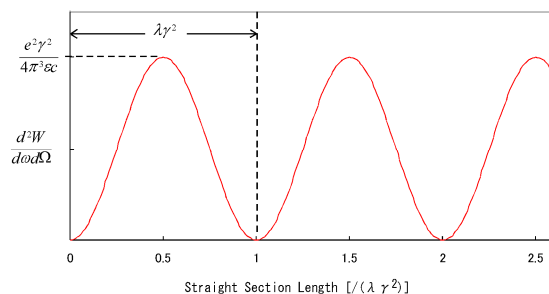


Figure 2: Dependence of edge radiation intensity on a straight section length at observation angle $\theta = 1/\gamma$. Straight section length is normalized by $\lambda \gamma^2$.

Figure 2 より $L < \lambda \gamma^2/2$ の領域では、放射強度は直線部長さに単調に増大し、特に L が $\lambda \gamma^2/2$ に比べ十分小さい領域では、(10)式からほぼ直線部長さ L の自乗に比例し

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \approx \frac{e^2 L^2}{4\pi\epsilon_0 \lambda^2 \gamma^2} \quad (11)$$

と近似できる。

現実的な蓄積リングやリニアックの直線部長さとエッジ放射の波長域の関係を検討する。Figure 3 にビームエネルギーに対するエッジ放射が最大となる直線部長さ $L = \lambda \gamma^2/2$ を観測する波長に対応して示す。

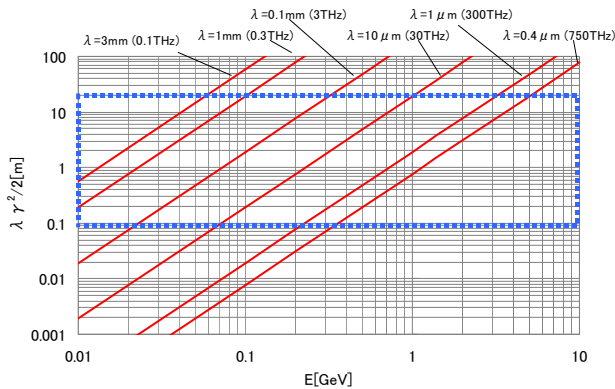


Figure 3: Dependence of straight section length, which satisfies maximum intensity condition $L=1/2\lambda\gamma^2$, on electron energy (red line) at observation angle $\theta=1/\gamma$. Blue dot area is shown as practical region of the straight section ($L=0.1\sim 20$ m).

Figure 3 から観測角 $\theta=1/\gamma$ 付近では 100MeV 級加速器で赤外から THz 領域 ($\lambda=10 \mu\text{m}\sim 1\text{mm}$, $f=30\text{THz}\sim 0.3\text{THz}$)、1GeV 級で、赤外 ($\sim 10 \mu\text{m}$) から可視域、これより高いエネルギーでは可視域より短波長でエッジ放射の最大条件を満たす。おおまかに言えば 1GeV 級以下の電子加速器の現実的な直線部長さでは、可視、赤外、THz 領域のエッジ放射の発生条件が一般的に成立している。また数 GeV 以上の加速器では、現実的な直線部長さでは長波長域で $L < \lambda \gamma^2/2$ が成立し、最大強度条件を満たす長さには達しておらず(11)式の近似が成立する。

また同じ直線部長さにおいて、より短波長のエッジ放射で最大強度条件に達するには Figure 2 及び(10)式から、周期性を利用して直線部長さを $(2n+1) \lambda \gamma^2/2$ (n は自然数)を満たすように選べば、より短波長での最大強度条件が成立する。

2.4 観測上の制約

エッジ放射を観測する上での制限、限界について、解析的及び実験上の観点双方から検討する。

(8)式で与えられる単一電子によるエッジ放射では放射強度において短波長限界はない。これは観測波長分解能が無限小の時であり、現実の有限波長分解能 $\Delta \lambda$ では、 $\lambda \pm \Delta \lambda/2$ の波長範囲の電場が観測点において

重ね合わされ、これによって短波長放射が制限される。今、観測位置 z が直線部長さより十分大きいと仮定すると(7)式の \exp 項内の位相項がこの上限を決める。この位相項が観測波長 λ と $\lambda + \Delta \lambda$ で π 変わる場合、 λ と $\lambda + \Delta \lambda$ の波長を同時観測した場合、合成された電場は位相が反転し実効観測電場が相殺される。これが大まかな短波長限界を与える。これにより観測可能な短波長側の条件は

$$\lambda > \frac{2z}{\gamma^2} \cdot \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right) \quad (12)$$

である。波長分解能 $\Delta \lambda/\lambda=0.1\%$ 、ビームエネルギー 1GeV、観測位置 10m では短波長側の観測可能範囲は $\lambda > 5.2\text{nm}$ (237eV)程度となる。

長波長側の観測限界については、(11)式の議論から $L \ll \lambda \gamma^2/2$ の関係を見たす長波長領域で、観測波長の自乗に反比例して放射強度が低下する。これから観測可能な長波長側の波長条件は

$$\lambda \leq \frac{2L}{\gamma^2} \quad (13)$$

となる。ビームエネルギー 1GeV、直線部 1m では(13)式で与えられる長波長側の波長域は $\lambda \leq 520\text{nm}$ である。

有限エミッタンスビームでは、電子毎の観測角 θ がエミッタンスによって分布する。これは放射強度分布の同心円構造の極大極小を均し、エッジ放射のピーク強度を低下させる。この条件は、大まかには(8)式の \sin 内の(観測角 θ に依存する)位相項が個別電子によって $\pi/2$ 程度に分布することである。単一電子由来の同心円構造のエッジ放射分布が観測できるためにはエミッタンス ϵ には上限があり、(直線部において分散関数の変化が小さいとすれば)、同心円分布が観測可能なエミッタンス条件はおおよそ

$$\epsilon < \frac{\beta z^2}{z^2 + \beta^2} \left[\frac{\lambda}{2L} - \left(\frac{\eta}{z} \right)^2 \left(\frac{\sigma_p}{P} \right)^2 \right] \quad (14)$$

である。ここで β 、 η 、 σ_p/p はそれぞれベータ関数、分散関数、運動量広がりである。分散のない直線部で、ベータ関数 5m、観測距離 $z=10\text{m}$ 、観測波長 $\lambda=600\text{nm}$ とした時、 $\epsilon < 1.2\text{mrad}$ である。

また現実の観測では、エッジ放射の空間分布が $1/\gamma$ rad 程度の広がりであるため、明瞭なエッジ放射観測のためには、直線部の残留ダイポール磁場のキック角が $1/\gamma$ rad より十分小さいことが求められる。(3)式からエッジ放射は直線区間中の各微小直線部からの電場の積分であり、エッジ放射の角度分布に比べ無視できない残留キックがあるとそのキック前後の区間からのエッジ放射が軸ずれした電場として重ね合わされ、電場分布が乱される。現実の加速器では、単純な直線部においても 4,6 極磁石、ステアリング磁石等が設置されており、これら磁極の残留ダイポール磁場をコントロールすることが観測上

重要となる。

3. SAGA-LS におけるエッジ放射観測

SAGA-LS 電子蓄積リングは、電子エネルギー1.4GeV、周長 75.6m の 8 回対称ラティスで数メートルの直線部が随所にある。本リングでは可視域のエッジ放射が Figure 3 で示した最大強度条件を満たす波長域にあり、また(12-14)式で与えられる波長、エミッタンス条件をほぼ満たしている。

可視域観測実験を、既設観測ポートのある直線部 LS8 で行った。直線部ビーム軸上の不正磁場による微小なダイポールキックによるエッジ放射の干渉を避けるため、簡便で有効な方法として、シングルキックによって蓄積軌道に意図的に大きな COD を生成し、LS8 中央部の直線部からのエッジ放射だけが他の軌道からの放射と分離されて観測されるようにした。これによって明瞭なエッジ放射を容易に観測できた[6]。観測では直線部 LS8 で発生したエッジ放射を下流に設置した 90 度ミラーで大気側に反射し、スクリーン上の強度分布をカラー CCD カメラで撮影した。スクリーン上で観測されたエッジ放射分布の CCD 画像及び計算画像を Figure 4 に示す。計算画像の条件を表 1 に示す。

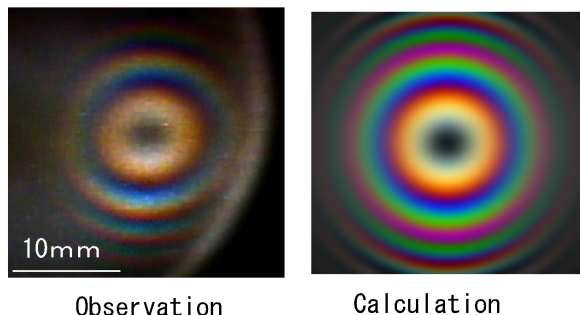


Figure 4: Observation result obtained by a color CCD camera at SAGA-LS straight section LS8 (left) and a calculated image (right). Spatial scales of both images are identical. Large arc at right side in the observation image is considered to be a part of optical system for the observation.

Table 1: Calculation Conditions

Electron energy	1.4 GeV
Observation position z	12.1 m
Straight section length	3.1 m
Beta functions at center of LS8	$(\beta_x, \beta_y)=(7.7 \text{ m}, 6.9 \text{ m})$
Betatron coupling	1.4%
Emittance	$(\epsilon_x, \epsilon_y)=(25.1 \text{ nmr}, 0.36 \text{ nmr})$
Dispersion function at center of LS8	$\eta_x=0.6$
Momentum dispersion σ_p/P	0.00067

計算画像を得るためのエッジ放射強度計算は単一電子由来のエッジ放射電場である(7)式に対して波長分解能 $\Delta \lambda / \lambda = 0.1\%$ で平均して得られた放射エネルギーを計算し、これに有限エミッタンス、運動量分布によるビーム広がりを畳み込んで計算した。赤(700nm)、緑(546.1nm)、

青(435.8nm)それぞれの波長での計算結果をビットマップ画像の RGB に対応させ 1 枚の画像に統合した。CCD カメラによる観測画像に対し、波長毎の同心円構造はほぼ同様の分布を再現している。また観測、計算とも単一電子由来のエッジ放射の特徴的な同心円状の強度分布が示されている。

4. 結論&まとめ

エッジ放射の一般的な性質について paraxial 近似に基づき検討した。単一電子からのエッジ放射は radial 偏光であり、空間分布は見込み角 $1/\gamma$ 程度の同心円構造である。その分布は簡便な解析式で表現できる。観測角 $\theta = 1/\gamma$ での放射のピーク強度は直線部長さに対して周期的依存性を有し、 $\lambda \gamma^2$ で振動する。0.1GeV~数 GeV の電子加速器の直線部において長波長域(可視、赤外、THz)のエッジ放射は、一般的な放射現象と考えられる。短波長、長波長限界内でエミッタンスが十分小さく、直線部の残留ダイポール磁場を十分制御できれば単一電子由来のエッジ放射固有の空間分布の観測は可能と考えられる。

本研究は JSPS 科研費 26390125 の助成を受けて行われた。

参考文献

- [1] J. Ablett *et al.*, “NLS-II Conceptual Design Report”, Brookhaven National Laboratory, 8-16 (2006).
- [2] V. N. Korchuganov, N. V. Smolyakov, and N. Yu. Svechnikov, “Edge Radiation at SIBERIA-2 Storage Ring”, Proceedings of Russian Particle Accelerator Conference 2008, 148-150 (2008).
- [3] T. E. May, R. A. Bosch and R. L. Julian, “Infrared Edge Radiation Beamline at ALADDIN”, Proceedings of Particle Accelerator Conference 99, 2394-2396 (1999).
- [4] N. Smolyakov, H. Yoshida, A. Hiraya, “Edge radiation and its potential to electron beam diagnostics at HiSOR”, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 448, 73-75 (2000).
- [5] G. Geloni, V. Kocharyan, E. Saldin, E. Schneidmiller, and M. Yurkov, “Theory of edge radiation Part I: Foundations and basic applications”, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 605, 409-429 (2009).
- [6] S. Koda, Y. Takabayashi, T. Kaneyasu, Y. Iwasaki, “Observation of edge radiation from a straight section of SAGA-LS storage ring”, Japanese Journal of Applied Physics 54, 056401, 1-5 (2015).